

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Josip Kasać

Student:

Matko Tomić

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

Matko Tomić

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

---

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Josipu Kasaću na ukazanom povjerenju, korisnim savjetima, diskusijama i bezrezervnoj pomoći.

***M.T.***



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Matko Tomić**

Mat. br.: 0036457453

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **ROBUSNO UPRAVLJANJE GENERATOROM VJETROAGREGATA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **ROBUST CONTROL OF WIND TURBINE GENERATOR**

Opis zadatka:

Korištenje energije vjetra trenutno je najbrže rastući sektor energetike u Europi i svijetu. Sinteza robusnog upravljanja generatorom vjetroatregata ima bitan utjecaj na energetska efikasnost vjetroelektrane. Konvencionalna rješenja kao što su linearni PID i linearni kvadratični regulator (LQR) nisu robusna na neodređenosti dinamičkog modela i vanjske poremećaje. S druge strane, konvencionalni nelinearni robusni regulatori s kliznim režimom (engl. *sliding-mode controller*) imaju osnovni nedostatak u visokofrekvencijskim oscilacijama upravljačkih varijabli. U ovom radu razmatra se primjena tzv. RISE (engl. *Robust Integral of the Signum of the Error*) regulatora na robusno upravljanje generatorom vjetroatregata.

U zadatku je potrebno:

- Izvesti dinamički model vjetroatregata s frekvencijskim pretvaračem te implementirati simulacijski model.
- Implementirati robusni nelinearni RISE regulator u zatvorenoj regulacijskoj petlji s generatorom vjetroatregata.
- Provesti Lyapunovljevu analizu stabilnosti zatvorenog regulacijskog kruga na temelju koje će se dobiti eksplicitni uvjeti na pojačanja regulatora koji garantiraju globalnu asimptotsku stabilnost sustava.
- Provesti simulacije za različite vrste vanjskih poremećaja te različite vrste neodređenosti dinamičkog modela.
- Usporediti performanse RISE regulatora s konvencionalnim PID regulatorom i regulatorom s kliznim režimom.

Zadatak zadan:

25. studenog 2015.

Zadatak zadao:

  
Prof. dr. sc. Josip Kasac

Rok predaje rada:

1. rok: 25. veljače 2016.
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.
3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Zoran Kunica

# Sadržaj

<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>VI</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>VII</b>
<b>POPIS OZNAKA.....</b>	<b>VIII</b>
<b>POPIS KRATICA .....</b>	<b>X</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>XI</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>XI</b>
<b>2. UVOD.....</b>	<b>13</b>
1.1. <i>Globalni vjetrovi .....</i>	13
1.2. <i>Lokalni vjetrovi.....</i>	16
<b>2. OSNOVNI PARAMETRI VJETRA .....</b>	<b>17</b>
2.1. <i>Modeliranje energije vjetra .....</i>	17
2.2. <i>Konfiguracija površine.....</i>	21
2.3. <i>Prepreke strujanju zraka.....</i>	21
<b>3. VJETROELEKTRANE I VJETROAGREGATI.....</b>	<b>22</b>
3.1. <i>Uvod.....</i>	22
3.2. <i>Tipovi vjetroturbina .....</i>	22
3.3. <i>Osnovni dijelovi vjetroatregata.....</i>	23
<b>4. DINAMIČKI MODEL VJETROAGREGATA.....</b>	<b>26</b>
4.1. <i>Izvod mehaničkog matematičkog modela .....</i>	26
4.2. <i>Izvod mehaničkog matematičkog modela .....</i>	29
<b>5. ROBUSNI RISE UPRAVLJAČKI ALGORITAM .....</b>	<b>33</b>
5.1. <i>Uvod u problematiku .....</i>	33
5.2. <i>Matematička formulacija RISE - a .....</i>	34

<b>6. RISE ALGORITAM ZA GENERATOR VJETROAGREGATA .....</b>	<b>38</b>
6.1. Upravljanje pretvaračem na strani rotora .....	38
6.2. Upravljanje pretvaračem na strani električne mreže .....	44
<b>7. REZULTATI SIMULACIJE .....</b>	<b>49</b>
7.1. Rezultatati simulacije na strani rotora.....	49
7.2. Rezultatati simulacije na strani električne mreže .....	52
<b>8. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>56</b>
<b>DODATAK A.....</b>	<b>57</b>
<b>DODATAK B.....</b>	<b>60</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>63</b>

**POPIS SLIKA**

Slika 1.1: Vjetrovi bez Zemljine rotacije .....	14
Slika 1.2: Prikaz globalnih vjetrova .....	15
Slika 2.1.: Turbulencija vjetra .....	21
Slika 3.1.: Lopatice vjetroturbine prilikom montaže .....	24
Slika 3.2.: Gondola vjetroagregata .....	25
Slika 4.1.: Prikaz stvaranja okretnog momenta u generatoru .....	29
Slika 4.2: Parkova transformacija iz mirujućeg u rotirajući $d - q$ dvoosni sustav .....	30
Slika 4.3: Shema vjetroagregata sa DFIG generatorom .....	32
Slika 4.4: Efikasni načini rada sustava .....	32
Slika 5.1: Putanja faze u modificiranom upravljačkom algoritmu .....	36
Slika 6.1: "Chattering" efekt .....	43
Slika 7.1 Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja (linearni PID) .....	50
Slika 7.2.: Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja (RISE) .....	50
Slika 7.3: Sliding mode regulator na strani RSC-a .....	53
Slika 7.5: Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja na DC vezi (linearni PID) .....	54
Slika 7.6: Sliding mode regulator na strani GSC-a .....	55

## POPIS TABLICA

<i>Tablica 1.: Smjer puhanja globalnih vjetrova ovisno o geografskoj širini.....</i>	<i>15</i>
<i>Tablica 2.: Vrijednosti duljine hrapavosti i eksponenta izgleda površine .....</i>	<i>20</i>



**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$P$	$W/m^2$	Specifična snaga
$\rho$	$kg/m^3$	Gustoća zraka
$A_1$	$m^2$	Površina turbinskog rotora,
$v$	$m/s$	Srednja brzina vjetra,
$A$	$m/s$	Parametar odnosa veličine (mjere)
$v(z)$	$m/s$	Brzina vjetra kao funkcija visine
$v_{ref}$	$m/s$	Brzina vjetra na referentnoj visini,
$z$	$m$	Visina
$z_{ref}$	$m$	Referentna visina
$z_0$	$m$	Visina hrapavosti
$\omega_r$	$rad/s$	Kutna brzina rotora,
$J_r$	$kgm^2$	Moment inercije rotora turbine
$J_g$	$kgm^2$	Moment inercije generatora
$\omega$	$rad/s$	Kutna brzina generatora, $rad/s$
$s\omega_s$	$Hz$	Frekvencija klizanja (eng. slip frequency)
$L_s$	$H$	Induktivitet statora
$L_r$	$H$	Induktivitet rotora
$L_m$	$H$	Međuinduktivitet
$B_r$	$Nm$	Viskozni moment trenja rotora turbine
$B_g$	$Nm$	Viskozni moment trenja rotora turbine
$C_p$		Stupanj aerodinamičke pretvorbe
$f(v)$		Frekvencija događanja (vjerojatnost) određene brzine vjetra
$k$		Parametar oblika (2 za Rayleighovu raspodjelu)
$\alpha$		EkspONENT izgleda površine tla
$\lambda$		Omjer brzina
$\beta$		Kut lopatica
$\mathbf{x}$		Vektor stanja objekta upravljanja
$\mathbf{x}_0$		Vektor početnih stanja sustava

$\mathbf{x}_e$	Vektor ravnotežnog stanja sustava
$\mathbf{u}$	Upravljački vektor, vektor pobude
$\mathbf{y}$	Izlazni vektor
$\mathbf{d}$	Vektor poremećaja
$\lambda$	Svojstvena ili vlastita vrijednost
$\mathbf{A}$	Matrica koeficijenata objekta upravljanja
$\mathbf{B}$	Matrica ulaza
$V(\mathbf{x})$	Lyapunovljeva funkcija
$\mathbb{R}$	Skup realnih brojeva
$\mathbb{R}^n$	$n$ – dimenzionalni vektorski prostor
$\mathbb{R}_+$	Skup nenegativnih realnih brojeva
$(\cdot)^T$	Transponirana matrica
$\text{tr}(\cdot)$	Trag matrice
$\ \cdot\ _F$	Forbeniusova norma
$\ \cdot\ _2$	Euklidska norma
$\ \cdot\ _\infty$	Max norma

**POPIS KRATICA**

<b>Kratika</b>	<b>Opis</b>
VFC	Variable Frequency Converter
RSC	Rotor Side Converter
GSC	Grid Side Converter
DFIG	Doubly – Fed Induction generator
PID	Proportional Integrative Derivative
LQR	Linear Quadratic Regulator
RISE	Robust Integral of the Signum of the Error

## SAŽETAK

Obnovljivi izvori energije postaju sve značajniji u energetici, s dugoročnom tendencijom zamjene konvencionalnih izvora, zasnovanih na fosilnim gorivima. Tema ovog rada je robusni upravljački algoritam za varijabilni frekvencijski pretvarač generatora vjetroagregata. Vjetroagregati su najzastupljeniji među cijelom paletom rješenja. Kako bi se dobila maksimalna moguća iskoristivost energije vjetra, projektiranje upravljačkog uređaja predstavlja ključni korak ka ostvarenju tog cilja. Vjetroagregat koji je analiziran u ovom radu je sa DFIG generatorom koji mora imati varijabilni frekvencijski pretvarač. Algoritam je baziran na tzv. vektroskom upravljanju kako bi smo pojednostavili diferencijalne jednačbe koje opisuju dinamiku sustava. Predloženo je vektorsko upravljanje s obzirom na magnetski tok statora, sa strane rotora, dok je sa strane mreže predloženo vektorsko upravljanje s obzirom na napon električne mreže. Konvencionalna rješenja kao što su linearni PID i linearni kvadratični regulator (LQR) nisu robusna na neodređenosti dinamičkog modela i vanjske poremećaje. RISE upravljački algoritmi su se pokazali kao adekvatno rješenje za sve probleme koje donosi nelinearni sustava sa vanjskim poremećajem. Najveća prednost RISE regulatora je robusnost na vanjske poremećaje i globalna asimptotska stabilnost, kao što je pokazano primjenom Lyapunovljeve teorije stabilnosti. Za razliku od konvencionalnog sliding mode upravljanja, kod RISE regulatora nema „chattering“ efekta koje može pobuditi visoko frekvencijsku dinamiku i time uzrokovati neželjene vibracije konstrukcije vjetroagregata.

**Ključne riječi:** vjetroagregat, DFIG (Doubly – Fed Induction Generator) generator, pretvarač sa strane rotora, pretvarač sa strane električne mreže, robusni upravljački algoritam, RISE (Robust Integral of the Sign of the Error) upravljački algoritam.

## SUMMARY

Renewable energy sources are becoming increasingly important in the energy sector, with the long-term trend of replacing conventional sources based on fossil fuels. Theme of this paper is robust control algorithm for variable frequency converter of generator of wind turbine. Wind turbines are the most common among the full range of solutions. In order to obtain the maximum possible utilization of wind energy, designing the controller is a key step toward achieving that goal. The wind turbine, analyzed in this paper is the one with the DFIG (Doubly – Fed induction Generator) that has to have variable frequency converter to obtain the maximum power. The algorithm is based on stator – flux vector control for the rotor side converter bridge control, and the grid voltage vector control for the grid side converter bridge control to simplify the differential equations that describe the dynamics of the system. Conventional solutions such as linear PID and linear quadratic regulator (LQR) are not robust to the dynamic model uncertainties and external disturbances. RISE control algorithms have proven to be an adequate solution to all the problems associated with nonlinear systems with external disturbances. The greatest advantage is the robustness of the RISE regulator to external disturbances and global asymptotic stability, as demonstrated using the Lyapunov stability theory. Unlike the conventional sliding mode control, RISE algorithm provides chattering free control, since the "chattering" effect can induce high frequency dynamics and cause unwanted construction vibrations of wind turbine.

**Keywords:** Wind Turbine, DFIG (Doubly – Fed induction Generator), Rotor Side Converter, Grid Side Converter, Robust Control Algorithm, RISE (Robust Integral of the Sign of the Error) Control Algorithm.

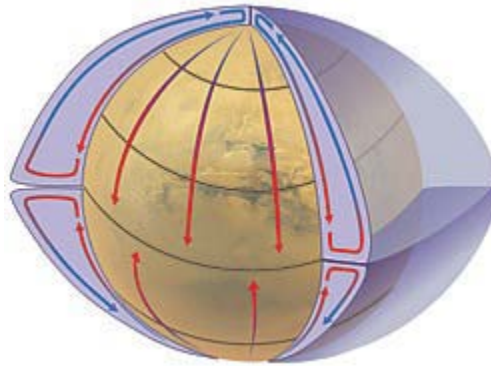
## 1. UVOD

Energiju vjetra čovjek je iskorištavao kroz svoju povijest na razne načine. Najprije je vjetar korišten za pogon jedrenjaka, a zatim i za proizvodnju mehaničkog rada pomoću vjetrenjača, koji je korišten u mlinovima, za vodne crpke itd. Pojavom parnog stroja, a potom i motora s unutrašnjim izgaranjem i električne energije vjetar polako gubi na svojoj važnosti. Krajem 20.st. vjetar, kao besplatan energent, počinje se iskorištavati za proizvodnju električne energije u vjetroelektranama. Poticaj na značajniju upotrebu vjetra u proizvodnji električne energije bila je prva energetska kriza u sedamdesetim godinama prošlog stoljeća. Zemlje predvodnice su bile Danska i SAD (Kalifornija), a njih slijede i ostale zapadnoeuropske zemlje (Njemačka, Švedska, Velika Britanija, Nizozemska itd.) te započinju programi izgradnje vjetroparkova i dolazi do razvoja vjetroidustrije. Vodeće mjesto u vjetroidustriji danas imaju Danska, Njemačka i Španjolska. Godine 2000. Njemačka je imala 6113 MW instalirane snage u vjetroelektranama (Danska 2297 MW). Danas je korištenje energije vjetra najbrže rastući sektor energetike u Europi i svijetu. Stopa porasta u Europi zadnjih godina iznosi oko 40%, dok je u svjetskim razmjerima oko 30%. Razvoj u Europi prije svega je ekološki i društvenosocijalno induciran (nova radna mjesta), a izvozne mogućnosti u zemlje trećeg svijeta predstavljaju dodatni stimulans. Gotovo svi obnovljivi izvori energije, osim geotermalnih izvora i energije plime i oseke potječu od sunčeve energije. Energija koju sunce dozračuje na Zemlju iznosi  $1,74 \cdot 10^{17}$  W, te samo 1 do 2 % se pretvara u energiju vjetra, što je čak 50 do 100 puta više od ukupne energije koju čitav biljni svijet pohranjuje u biomasu. Pojam vjetra podrazumijeva horizontalnu komponentu strujanja zračnih masa koja nastaje zbog temperaturne razlike zraka, tj. razlike tlaka zraka susjednih područja. U osnovi vjetar nastaje kao posljedica sunčevog zračenja, a na njegove značajke u blizini površine Zemlje manjeg ili većeg utjecaja imaju i lokalni čimbenici (konfiguracija terena, izgled površine i prepreke na putu vjetra) [14].

### 1.1 Globalni vjetrovi

Područja Zemlje oko ekvatora pod znatno jačim su utjecajem Sunčevog zračenja nego ostala područja Zemlje, pa su i temperature zraka na područjima ekvatora nešto više. Topli zrak je lakši od hladnog i diže se od površine Zemlje otprilike do visine od 10 km. Tada sa područja ekvatora počinje strujati prema sjevernom i južnom Zemljinom polu. Kada se Zemlja ne bi kretala oko

svoje osi, topli zrak bi jednostavno na toj visini putovao do Zemljinih polova, tamo tonuo prema površini i vraćao se ohlađen prema ekvatoru.

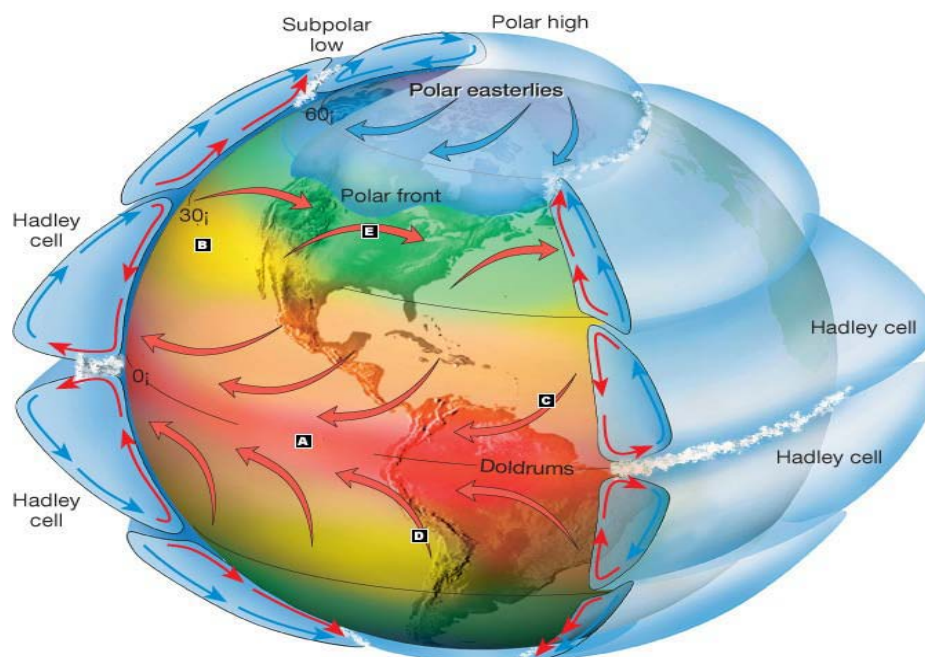


**Slika 1.1 Vjetrovi bez Zemljine rotacije [1]**

No kako Zemlja rotira svako kretanje neke čestice po sjevernoj polutci, praćeno iz naše perspektive sa površine Zemlje na sjevernoj polutci ima tendenciju kretanja udesno. Na južnoj polutci iz iste perspektive to izgleda kao kretanje ulijevo, a taj fenomen definiramo kao Coriolisovom silom odnosno ubrzanjem. U zonama nižeg tlaka na sjevernoj polutci vjetar ima tendenciju puhanja u smjeru kretanja kazaljke na satu, dok na južnoj polutci vjetar se kreće u smjeru obrnutom od smjera kretanja kazaljke na satu. Vjetar se kako je već rečeno kreće od toplijeg ekvatora prema južnoj i sjevernoj polutci dižući se pri tome u više slojeve atmosfere. Coriolisova sila sprečava na otprilike  $30^\circ$  geografske širine njegovo daljnje kretanje, te struja zraka počinje tonuti prema površini Zemlje. Kao posljedica dizanja vjetra u više slojeve atmosfere na području oko ekvatora stvara se zona nižeg tlaka koja privlači vjetrove sa sjevera i juga. Na polovima se kao rezultat hlađenja zraka, tj. Toplih vjetrova sa ekvatora stvara zona povišenog tlaka. Kao rezultat prethodno navedenih općih zakonitosti globalnog kretanja vjetrova na Zemlji moguće je prikazati globalne smjerove puhanja vjetra na Zemlji ovisno o geografskim širinama na svakoj Zemljinoj hemisferi.

**Tablica 1. Smjer puhanja globalnih vjetrova ovisno o geografskoj širini**

Geografska dužina	90 – 60° S	60 – 30° S	30 – 0° S	0 – 30° J	30 – 60° J	60 – 90° J
Smjer vjetra	SI	JZ	SI	JJ	SZ	JJ

**Slika 1.2 Prikaz globalnih vjetrova [2]**



## 1.2 Lokalni vjetrovi

Dosad su razmatrane globalne pojave na Zemlji vezane za puhanje vjetrova. No, iako prethodna tablica prikazuje neke osnovne zakonitosti vezane na smjer puhanja vjetrova, činjenica je da na stvarne pojave vjetrova utječe i lokalna geografija svakog područja. Vjetrovi o kojima smo dosad govorili pokretani su temperaturnim razlikama i razlikama u tlakovima i uglavnom se stvaraju na visinama od 1000 metara iznad površine Zemlje. Na vjetrove koji pušu u području do 100 metara iznad površine Zemlje, velik utjecaj ima oblik Zemljine površine. Kada govorimo o energiji vjetra i mogućnosti njezinog iskorištenja, upravo su ovi, površinski vjetrovi od velikog značaja. Lokalni su vjetrovi uvijek superimponirani globalnim strujama, pa možemo govoriti o zbirnom utjecaju globalnih vjetrova i lokalnih vjetrova čiji su uzroci klima određenog područja i geografska konstitucija. Ovisno o intenzitetu globalnih vjetrova, utjecaj lokalnih vjetrova na rezultirajući uzorak vjetrova u nekom području će rasti ili se smanjivati. Npr, ako su globalni vjetrovi na promatranom području slabijeg intenziteta, na uzorak vjetrova koji se javljaju na tom području dominantan utjecaj će imati lokalni vjetrovi i suprotno. Kao primjer lokalnih vjetrova treba istaknuti morske povjetarce koji nastaju zbog različite brzine zagrijavanja tla i mora. Tlo se brže grije od mora, pa se topli zrak sa površine zemlje diže i struji prema moru, stvarajući tako zonu nižeg tlaka iznad kopna, pogodnu za privlačenje hladnog zraka sa površine mora na kopno. U sumrak je obično mirno, dok tokom noći vjetar puše u suprotnom smjeru, ali znatno manjim intenzitetom zbog manje razlike u brzini hlađenja između kopna i mora. Drugi primjer lokalnih vjetrova su planinski vjetrovi. Primjer nastanka planinski vjetrova je zagrijavanje južnih padina i okolnog zraka (odnosno sjevernih padina na južnoj Zemljinoj polutci) zbog boljeg kuta upada sunčevih zraka. Topli zrak se danju diže i puše preko zagrijanih planinskih padina prema vrhu. Noću se vjetar okreće i puše suprotnim smjerom. Vjetar koji puše niz planine može biti vrlo jakog intenziteta.

## 2. OSNOVNI PARAMETRI VJETRA

### 2.1 Modeliranje energije vjetra

Za pretvorbu energije vjetra u električnu energiju u vjetroturbini, najvažniji je parametar vjetra njegova brzina, jer je specifična snaga vjetra proporcionalna trećoj potenciji prosječne brzine vjetra [14].

$$P = \frac{1}{2} C_p \rho A_1 v^3 \quad (2.1)$$

gdje su :  $P$  – specifična snaga,  $\text{W/m}^2$ ,

$\rho$  – gustoća zraka,  $\text{kg/m}^3$ ,

$A_1$  – površina turbinskog rotora,  $\text{m}^2$ ,

$v$  – srednja brzina vjetra,  $\text{m/s}$

$C_p$  – stupanj aerodinamičke pretvorbe

Snaga koju vjetroturbina može dati pretvarajući energiju vjetra u okretni moment na rotoru ovisi, uz brzinu vjetra i gustoću zraka (njegovu masu) i o površini rotora. Povećanjem gustoće zraka, tj. njegove mase, raste i energija koju zrak može predati rotoru turbine. Pošto snaga turbine ovisi o površini rotora, a površina se povećava s kvadratom promjera rotora, turbina s dvostrukim promjerom rotora dat će četverostruku energiju. Tipični rotor turbine snage 1 MW ima promjer od 54 m i njegova površina iznosi otprilike  $2300 \text{ m}^2$ . Za iskorištavanje energije vjetra u vjetroturbinama potrebno je znati očekivane vrijednosti brzine vjetra na nekoj pogodnoj lokaciji i na određenoj udaljenosti od tla. Ove očekivane vrijednosti, odnosno vjerojatnosti pojave neke brzine vjetra u nekom razdoblju, mogu se prikazati histogramom koji se izrađuje na temelju podataka prikupljenih mjerenjem tijekom nekog dužeg perioda (npr. nekoliko godina). Spajanjem najvećih vrijednosti vjerojatnosti za svaku vrijednost brzine vjetra dobiva se neprekinuta krivulja koju nazivamo funkcija gustoće vjerojatnosti. Tu krivulju možemo aproksimirati Weibullovom krivuljom raspodjele vjerojatnosti brzina vjetra.

$$f(v) = \frac{k}{A} \left( \frac{v}{A} \right)^{k-1} e^{-\left( \frac{v}{A} \right)^k} \quad (2.2)$$

gdje su:  $f(v)$  – frekvencija događanja (vjerojatnost) određene brzine vjetra

$k$  – parametar oblika (obično 1 – 3; 2 za Rayleighovu raspodjelu)

$A$  – parametar odnosa veličine (mjere) m/s

$v$  – brzina m/s

U vjetroturbini je fizikalno nemoguće u potpunosti iskoristiti svu raspoloživu kinetičku energiju vjetra (da brzina na izlazu iz rotora bude jednaka 0) iz razloga što vjetar mora nastaviti strujanje nekom brzinom kako bi omogućio nadolazak vjetra iza sebe na lopatice vjetroturbine. Iz toga proizlazi da se teoretski samo dio ukupne kinetičke energije vjetra može iskoristiti. Ta činjenica se naziva Betzov zakon (iz 1919. godine). Nadalje, zbog mehaničkih i električnih gubitaka, snaga koju dobijemo na stezaljkama generatora je još manja. Matematički se ove činjenice mogu izraziti kao stupanj aerodinamičke pretvorbe koji je određen kao omjer snage na vratilu vjetroturbine i raspoložive snage u slobodnoj struji vjetra. Najveća moguća vrijednost stupnja aerodinamičke pretvorbe naziva se Betzova granica i iznosi  $C_{pmax} = 16/25 = 0,593$ . Nikakvim poboljšanjima se učinkovitost bilo kojeg postrojenja za iskorištavanje energije vjetra ne može povećati iznad te vrijednost. Današnje suvremene vjetroturbine imaju maksimalni stupanj aerodinamičke pretvorbe  $C_p = 0,45$ . Kao što je već rečeno, na brzinu vjetra u blizini zemlje (do visine od 1 km) utječu izgled površine (stupanj hrapavosti), konfiguracija terena i prepreke strujanju zraka. Također treba uzeti u obzir i oscilacije brzine vjetra pod utjecajem promjene doba dana (manje ili veće temperaturne razlike) i same sinoptičke situacije. Na određenoj visini uz samu površinu zemlje brzina vjetra je 0. Ta visina se naziva visina hrapavosti terena. Povećavanjem udaljenosti od tla povećava se i brzina vjetra sve dok se ne dođe do gornje granice atmosferskog graničnog sloja (1 do 2 km iznad tla) gdje prestaje promjena brzine vjetra s visinom. Ta promjena profila brzine vjetra po visini naziva se okomiti gradijent brzine vjetra. Profil okomitog gradijenta brzine vjetra možemo prikazati pojednostavljenim i aproksimativnim

funkcijama, od kojih se, za visine do nekoliko desetaka metara iznad tla i uz zanemarenje termičke strukture atmosfere, najčešće koriste:

Eksponencijalna funkcija :

$$v(z) = v_{ref} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^{\alpha} \quad (2.3)$$

Logaritamska funkcija :

$$v(z) = v_{ref} \frac{\ln \left( \frac{z}{z_0} \right)}{\ln \left( \frac{z_{ref}}{z_0} \right)} \quad (2.4)$$

gdje su :  $v(z)$  – brzina vjetra kao funkcija visine, m/s

$v_{ref}$  – brzina vjetra na referentnoj visini, m/s

$z$  – visina, m

$z_{ref}$  – referentna visina, m

$z_0$  – visina hrapavosti, m

$\alpha$  – eksponent izgleda površine tla

**Tablica 2. Vrijednosti duljine hrapavosti i eksponenta izgleda površine**

Opis površine	Skupina hrapavosti	Duljina hrapavosti, $z_0$ , m	$\alpha$
vodene plohe	0	0,0002	0,01
potpuno otvorene plohe sa glatkom površinom, npr. avionska pista	0,5	0,0024	-
Otvorena poljoprivredna zemljišta bez ograda i živica, jako udaljene zgrade	1	0,03	0,12
poljoprivredna zemljišta s pojedinim zgradama i 8m visokim drvoredima udaljenim oko 1250m	1,5	0,055	-
poljoprivredna zemljišta s pojedinim zgradama i 8m visokim drvoredima udaljenim oko 500m	2	0,1	0,16
poljoprivredna zemljišta s puno zgrada, drveća i grmlja ili 8m visokim drvoredima udaljenim oko 250m	2,5	0,05	-
sela, manji gradovi, poljoprivredna zemljišta s puno zgrada ili drvoredima, šumom i vrlo neravnim i grubim terenom	3	0,4	0,28
veći gradovi sa visokim zgradama	3,5	0,8	-
vrlo veliki gradovi sa visokim zgradama i neboderima	4	1,6	-

## 2.2 Konfiguracija površine

Konfiguracija površine je djelomično uzeta u obzir prilikom proračuna okomitog gradijenta. U specifičnim slučajevima, kod određenih konfiguracija površine, dolazi do pozitivnog efekta na brzinu vjetra. To su pojave "tunelskog efekta" i "efekt vrha brda", te je kod planiranja mjesta turbine potrebno je iskoristiti te pozitivne efekte. Tunelski efekt se javlja kod prolaza kroz suženo područje (npr. između dviju planina, dva obronka brda itd.). Upravo zbog tog suženja dolazi do povećanja brzine vjetra. Efekt vrha brda se javlja prilikom prolaska vjetra uz obronak brda, te se komprimira. Posljedica toga je uzlazno skretanje i povećanje brzine vjetra.

## 2.3 Prepreke strujanju zraka

Prepreke na koje zrak nailazi prilikom strujanja uzrokuju turbulencije u zračnoj struji i smanjuju brzinu vjetra. Prepreke mogu biti zgrade, grebeni, otoci, kamene forme, šume itd. Poroznost i same dimenzije prepreke utjecat će na udaljenost do koje se osjeti njen utjecaj na smanjenje brzine, npr. utjecaj otoka se osjeti i do udaljenosti od 15 do 20 km. Zona turbulencije se može manifestirati i na visinama tri puta većim od visine same prepreke, stoga postavljanje turbine ispred prepreke, pogotovo u smjeru iz kojeg vjetar najviše puše treba izbjegavati. U sam proračun se uzimaju prepreke koje su na udaljenosti od 1 do 2 km.



**Slika 2.1 Turbulencija vjetra [3]**

### 3. VJETROELEKTRANE I VJETROAGREGATI

#### 3.1 Uvod

**Vjetroelektrana (VE)** – predstavlja skupinu blisko smještenih vjetroatregata (najčešće istog tipa) sa svom pripadajućom opremom (temelji, stup, trafostanica itd.) koji su izloženi strujanju zraka te spojeni na mrežu preko istog rasklopnog postrojenja. Često se još koriste izrazi kao vjetropark (eng. Windpark) i vjetrofarma (eng. Windfarm).

**Vjetroatregat (VG)** – predstavlja samostalnu proizvodnu jedinicu električne energije koja se sastoji od vjetroturbine (VT) koja pretvara kinetičku energiju vjetra u mehanički rad, i generatora koji mehanički rad pretvara u električnu energiju. Vjetroturbina i generator mogu biti spojeni direkto ili preko zupčastog prijenosnika (multiplikatora) koji povećava kutnu brzinu na izlazu. To ovisi o izvedbi generatora, a kod vjetroturbina sa horizontalnom osi lopatica smješteni su u kućište. U sklopu vjetrogeneratora nalazi se i upravljački sustav.

#### 3.2 Tipovi vjetroturbina

Vjetroturbine dijelimo s obzirom na tip rotora, najčešći su :

##### 1.) Prema aerodinamičkom djelovanju :

- **rotori s otpornim djelovanjem** koji rade na principu djelovanja sile otpora zraka preko lopatica, pri čemu je obodna brzina lopatica manja od brzine vjetra. Brzine vrtnje su male dok su momenti na vratilu razmjerno veliki.
- **rotori s uzgonskim djelovanjem** koji rade na principu djelovanja sile uzgona na lopaticama, pri čemu je obodna brzina na lopaticama nekoliko puta veća od brzine vjetra. Brzine vrtnje su velike, a momenti na vratilu razmjerno mali. Zbog većih brzina vrtnje (između 10 i 50 o/min) i veće aerodinamičke učinkovitosti, ovi tipovi se najčešće koriste u suvremenim vjetroelektranama.

##### 2.) Prema osi vrtnje :

- **rotori s horizontalnom osi** puno češće se koriste i u pravilu su prvi izbor kod suvremenih vjetroelektrana.
- **rotori s okomitom osi** su se prvi počeli koristiti, ali danas su u fazi istraživanja i unapređenja.

### 3.) Prema brzini vrtnje :

- **rotori s promjenjivom brzinom vrtnje** često se koriste za pogon pumpi za vodu i malih vjetroturbina. Primjena takvih rotora je danas sve češća, ali je tada potreban frekvencijski pretvarač.
- **rotori s konstantnom brzinom** se koriste jer se time omogućava primjena jednostavnih generatora čija su brzina vrtnje i broj polova određeni frekvencijom mreže

### 3.3 Osnovni dijelovi vjetroatregata

U modernim vjetroatregatima se najčešće koriste rotori sa horizontalnom osi, pokretani silom uzgona sa dvije ili tri lopatice. Vjetroatregat je najčešće postavljen na stup cijevne izvedbe. Dva slučaja postavljanja lopatica rotora koji se danas primjenjuju su : smještaj sa zavjetrinske strane stupa, i sa privjetrinske strane.

**Vjetroturbina** je dio vjetroatregata koji služi za pretvorbu kinetičke energije vjetra u mehaničku energiju vrtnje vratila. Sastoji se od glavčine i mogu se pomoću elektromotora samostalno zakretati oko svoje osi (eng. Pitch control) čime se postiže optimalan položaj lopatica s obzirom na smjer strujanja vjetra. Sama vjetroturbina sastoji se još od ležajeva vratila i oplata samog rotora.

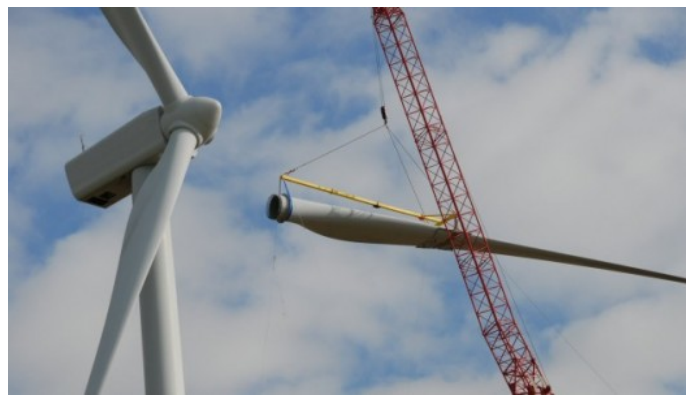
**Rotorom** se naziva turbinsko vratilo s glavčinom i lopaticama. Danas se najčešće koriste rotori s tri lopatice na čijim vrhovima se postiže brzina od 50 do 70 m/s. Takvi rotori su najučinkovitiji, te imaju oko 3% bolju iskoristivost od rotora s dvije lopatice. Kod rotora s manjim brojem lopatica obodna brzina raste, dok kod jednolopatičnih rotora ta brzina može postati i nadzvučna. Ako su brzine izrazito velike, rad vjetroturbine se prekida. Postoji više načina kako se rad zaustavlja, jedan od njih je pomoću mehaničkih kočnica s tarnim diskovima ili zakretanjem lopatica u položaj u kojem se strujanjem zraka ne prenosi nikakav moment na vratilo. To su tzv. aerodinamički spojleri koji rade na principu zakretanja čitavih lopatica ili samo određenih dijelova lopatica. Kod modernih vjetroatregata najčešće se regulacija izlazne snage iz generatora vrši kombinacijom zakretanja lopatica i električnim kočenjem vratila rotora. Kod manjih brzina vjetra se zakreću lopatice, dok kod većih brzina se koči rotor.

**Lopatice vjetroturbine** se najčešće izrađuju kao aerodinamične ljuske (profil avionskog krila). Za izradu se koriste razni kompozitni materijali, čija su osnova polimeri ojačani staklenim (eng.



glass fibre) ili ugljičnim vlaknim (eng. carbon fibre). Danas se najčešće koriste lopatice izrađene od stakloplastike (eng. GFRP – Glass Fiber Reinforced Plastics) zbog iznimno male specifične težine i otpornosti na zamor materijala. Unutar ljsaka nalazi se konstrukcija koja prenosi opterećenje lopatice na glavčinu rotora. Aerodinamički profili lopatica moraju zadovoljiti sljedeće uvjete :

- moraju imati povoljan odnos sile uzgona i vučne sile u cijelom području
- moraju imati glatku površinu
- moraju imati malu emisiju buke



**Slika 3.1 Lopatice vjetroturbine prilikom montaže [4]**

**Turbinsko vratilo** služi za prijenos okretnog momenta od glavčine do prijenosnog sklopa ili direktno do električnog generatora. Vratilo prenosi i cjelokupno radijalno i aksijalno opterećenje koje se preko ležajeva prenosi na nosivu konstrukciju. Brzine vrtnje kod modernih vjetroagregata su manje od 100 o/min.

**Gondola** je smještena na vrhu stupa. Sastoji se od kućišta, multiplikatora, električnog generatora, mehaničke kočnice, sustava za zakretanje gondole, hidraulične jedinice za zakretanje lopatica, sustava za hlađenje i kontrolne jedinice. Kućište gondole sastoji se od nosećeg postolja koje je učvršćeno na noseći stup i oplata gondole koja ima ulogu zaštite od atmosferskih uvjeta i zvučna izolacija. Poput lopatica i oplata je izrađena od stakloplastike. Multiplikator je smješten iza turbinskog vratila koje rotira brzinom manjom od 100 o/min, te povećava brzinu vrtnje od 30 do 60 puta s ciljem postizanja veće brzine vrtnje generatora koja je uglavnom veća od 1500 o/min. **Električni generator** je pomoću generatorskog vratila spojeno sa multiplikatorom, te služi za

pretvaranje kinetičke energije vrtnje u električnu energiju. Konstrukcija samog generatora mora biti izvedena na poseban način jer se okretni moment zbog stalne promjene brzine vjetra često mijenja. Za snage veće od 150 kW koriste se generatori izmjeničnog napona. Redovito se moraju hladiti, a to se najčešće izvodi zrakom, rjeđe vodom.

**Sinkroni generatori** se koriste za spajanje na slabije električne mreže, a glavno svojstvo im je jednaka brzina vrtnje rotora i okretnog magnetskog toka. Brzina vrtnje ovisi o broju polova, čemu je glavni razlog to što frekvencija struje mora biti  $50 \pm 0,5$  Hz. Većina generatora se izvodi kao brzohodni tj. sa 4 do 6 polova, te se na taj način smanjuje dimenzija cijele jedinice. Sinkroni generatori s mrežom rade u paralelnom spoju, a na mrežu se priključuju pomoću uređaja za sinkronizaciju kako bi se izbjegli strujni udari prilikom uključivanja na mrežu. Prednost sinkronih generatora je kompenzacija induktivne jalove energiju u mrežu u stanju neuzbude pri čemu je moguće neovisno upravljati radnom i jalovom energijom. Nedostaci su nužnost statičkog frekvencijskog pretvarača, što povećava cijenu generatora, te slabija mogućnost prilagodbe uvjetima u električnoj mreži.

**Asinkroni generatori** se primjenjuju za rad u čvrstim električnim mrežama, i kod njih brzina vrtnje rotora i okretnog magnetskog toka su različite, tj. postoji tzv. "klizanje" (eng. slip). Prednosti asinkronih generatora su manja opterećenja na prijenosniku, jednostavnost izvedbe, te manja zahtjevnost opreme za priključivanje na mrežu i zaštita. Nedostaci su manja nazivna snaga, neprimjerenost za otočni pogon, troše induktivnu jalovu energiju iz mreže ili kompenzacijskog postrojenja, te u slučaju prekida spoja na mrežu može doći do povećanja broja okretaja (tzv. pobjega).



Slika 3.2 Gondola vjetroatregata [5]

## 4. DINAMIČKI MODEL VJETROAGREGATA

U ovom poglavlju izveden je matematički model vjetroatregata u svrhu izrade upravljačkog algoritma.

### 4.1 Izvod mehaničkog matematičkog modela

Snaga proizvedena strujanjem zraka kroz vjetroturbinu prikazana je kao funkcija tri glavna faktora : dostupna snaga vjetra, krivulja snage stroja (eng. power curve) i mogućnost stroja da reagira na fluktuacije vjetra. Izraz za snagu je dan sljedećom jednažbom prema [14]:

$$P_m(v) = \frac{1}{2} C_p(\lambda, \beta) \rho \pi R^2 v^3 \quad (4.1)$$

gdje su:  $\rho$  – gustoća zraka,  $\text{kg/m}^3$

$R$  – radijus rotora, m

$v$  – srednja brzina vjetra,  $\text{m/s}^2$

$\lambda$  – omjer brzina

$\beta$  – kut lopatica

$C_p$  – stupanj aerodinamičke pretvorbe

Omjer brzina je definiran kao:

$$\lambda = \frac{R\omega_r}{v} \quad (4.2)$$

gdje je:  $\omega_r$  – kutna brzina rotora,  $\text{rad/s}$

$\omega$  – kutna brzina generatora,  $\text{rad/s}$

Ako je brzina rotora konstantna, svaka promjena brzine vjetra uvjetuje promjenu omjera brzina  $\lambda$ , što u konačnici dovodi do promjene stupnja aerodinamičke pretvorbe  $C_p$  koji je u ovisnosti o

omjeru brzine  $\lambda$  i kutu lopatica  $\beta$ . Ako bi se brzina rotora prilagodila brzini vjetra, tada se omjer brzina  $\lambda$  može održavati optimalnim.

Sustav se sastoji od vjetroturbine, koja pretvara kinetičku energiju vjetra u mehaničku energiju, multiplikatora, koji povećava brzinu vrtnje i DFIG generatora (eng. Doubly Fed Induction Generator) koji mehaničku energiju tj. rad pretvara u električnu energiju. Vjetar unosi okretni moment  $T_r$  i pokreće rotor turbine kutnom brzinom  $\omega_r$ , izlazni prijenosni moment  $T_t$ , se prenosi na generator koji proizvodi okretni moment osovine generatora  $T_g$ . Treba istaknuti da kutne brzine rotora i generatora nisu iste, upravo zbog prethodno spomenutog zupčastog prijenosnika (multiplikator).

Diferencijalne (mehaničke) jednadžbe koje opisuju dinamiku sustava su:

$$J_r \frac{d\omega_r}{dt} + B_r \omega_r = T_r - T \quad (4.3)$$

$$J_g \frac{d\omega}{dt} + B_g \omega = T_t - T_g \quad (4.4)$$

$$T_t \omega = T \omega_r \quad (4.5)$$

Gdje su :  $J_r$  – moment inercije rotora turbine,  $\text{kgm}^2$

$J_g$  – moment inercije generatora,  $\text{kgm}^2$

$B_r$  – viskozno trenje turbine

$B_g$  – viskozno trenje generatora

Odnos dviju brzina može se prikazati kao:

$$\delta = \frac{\omega_r}{\omega} \quad (4.6)$$

Korištenjem prethodnog izraza (4.6) slijedi da je:

$$T_t = \delta T \quad (4.7)$$

Uvrštavanjem izraza (4.7) u (4.4) dobivamo:

$$T = \frac{1}{\delta}(J_g \omega + B_g \omega + T_g) \quad (4.8)$$

Sljedećim uvrštavanjem izraza (4.8) u (4.3) dobivamo:

$$J_r \frac{d\omega_r}{dt} + B_r \omega_r = T_r - \frac{1}{\delta}(J_g \omega + B_g \omega + T_g) \quad (4.9)$$

Sređivanjem izraza (4.9) dobivamo:

$$\delta^2 J_r \frac{d\omega}{dt} + J_g \frac{d\omega}{dt} + \delta^2 B_r \omega + B_g \omega = \delta T_r - T_g \quad (4.10)$$

Uvedemo li oznake:

$$J = \delta^2 J_r + J_g \quad (4.11)$$

$$B = \delta^2 B_r + B_g \quad (4.12)$$

Dobivamo konačni izraz:

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = \delta T_r - T_g \quad (4.13)$$

Iz jednadžbi (4.1) i (4.2) izvedeno je:

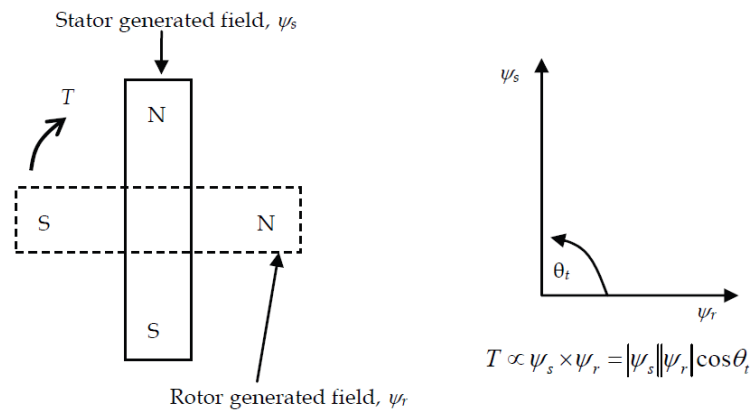
$$T_r(v) = \frac{P_m(v)}{\omega} = \frac{P_m(v)}{\frac{\lambda v}{R}} = k_u v^2 \quad (4.14)$$

gdje je:

$$k_u = \frac{1}{2} C_p(\lambda, \beta) \rho \pi \frac{R^3}{\lambda} \quad (4.15)$$

## 4.2 Izvod električnog matematičkog modela

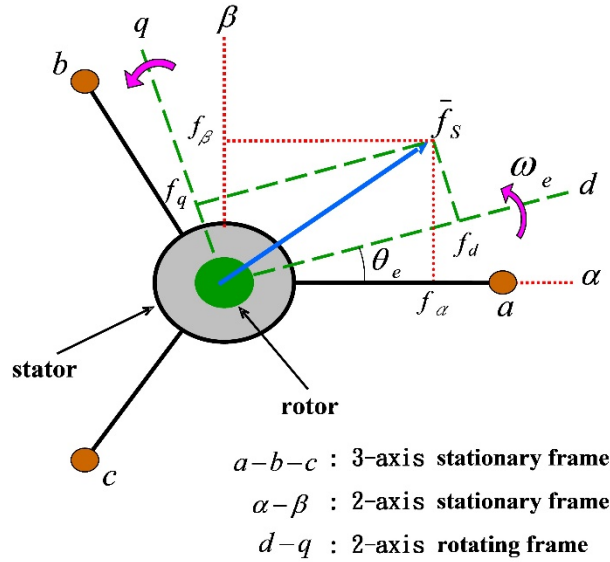
DFIG generator je indukcijski stroj sa obrtnim rotorom, gdje su rotor i stator priključeni na električne izvore, stoga izraz "dvostruko hranjeni" (eng. doubly fed). Rotor ima trofazne namotaje kroz koje prolaze trofazne struje, te one induciraju elektromagnetsko polje na rotoru. Elektromagnetsko polje rotora dolazi u interakciju sa elektromagnetskim poljem statora, te se na taj način stvara okretni moment. Magnituda momenta ovisi o snazi ta dva magnetska polja. Matematički, moment je vektorski produkt elektromagnetskog polja rotora i statora. Konceptijski, okretni moment je rezultat privlačenja magnetskih polova suprotnog polariteta.



**Slika 4.1 Prikaz stvaranja okretnog momenta u generatoru [6]**

Stator je spojen direktno na električnu mrežu, dok je rotor "hranjen" preko varijabilnog frekvencijskog pretvarača (eng. VFC – Variable Frequency Converter). Kako bi se proizvela aktivna snaga pri konstantnoj frekvenciji i voltaži električne mreže uz širok radni raspon (od sub – sinkronih do super – sinkronih brzina), aktivni protok energije između električnog kruga rotora i električne mreže mora biti upravljan sa strane magnitude i smjera. Stoga se VFC mora sastojati od dva four – quadrant IGBT PWM pretvarača, RSC – a (eng. Rotor – Side Converter) i GSC – a (eng. Grid – Side Converter).

DFIG se može smatrati kao indukcijski generator sa voltažom rotora različitom od nule. Diferencijalne jednadžbe dinamike trofaznog DFIG generatora opisat ćemo uz pomoć Parkove transformacije:



**Slika 4.2 Parkova transformacija iz mirujućeg u rotirajući d – q dvoosni sustav [7]**

Na sljedeći način definiramo Parkovu transformaciju:

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_\psi & \sin \theta_\psi \\ -\sin \theta_\psi & \cos \theta_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Uz pomoć transformacije iz mirujućeg  $\alpha - \beta$  u rotirajući d – q sustav prema [15] dobivamo:

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega_s \psi_{qs} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (4.17)$$

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega_s \psi_{ds} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (4.18)$$

$$v_{dr} = r_r i_{dr} - s\omega_s \psi_{qr} + \frac{d\psi_{dr}}{dt} \quad (4.19)$$

$$v_{qr} = r_r i_{qr} + s\omega_s \psi_{dr} + \frac{d\psi_{qr}}{dt} \quad (4.20)$$

Gdje je:  $s\omega_s$  – frekvencija klizanja (eng. slip frequency)

Jednadžbe magnetskih tokova dane su sljedećim izrazima:

$$\psi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (4.21)$$

$$\psi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (4.22)$$

$$\psi_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (4.23)$$

$$\psi_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (4.24)$$

gdje su:  $L_s$  – induktivitet statora, H

$L_r$  – induktivitet rotora, H

$L_m$  – međuinduktivitet, H

Električni okretni moment dan je jednadžbom:

$$T_g = \frac{3p}{4} L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (4.25)$$

gdje je:  $p$  – broj polova

Ako zanemarimo gubitke zbog otpora statora, aktivna (radna) i jalova snaga statora dane su izrazima:

$$P_s = \frac{3}{2} (v_{ds} i_{ds} + v_{qs} i_{qs}) \quad (4.26)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} (v_{qs} i_{ds} - v_{ds} i_{qs}) \quad (4.27)$$

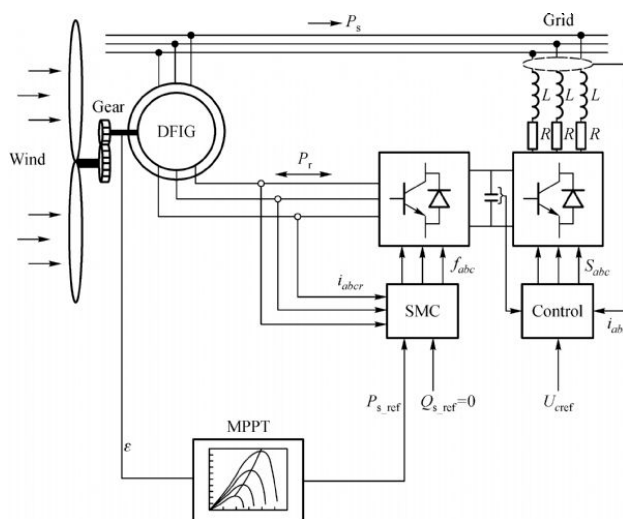
Slično, snaga rotora dana je izrazima:

$$P_r = \frac{3}{2} (v_{dr} i_{dr} + v_{qr} i_{qr}) \quad (4.28)$$

$$Q_r = \frac{3}{2} (v_{qr} i_{dr} - v_{dr} i_{qr}) \quad (4.29)$$



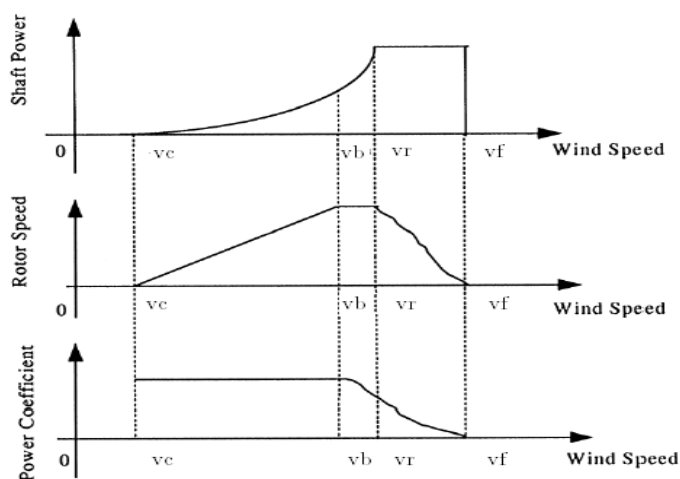
Ako se zanemare gubitci, ukupna aktivna snaga koja dolazi do električne mreže jednaka je sumi  $P_r$  i  $P_s$ , isto tako ukupna jalova snaga izmjenjena sa električnom mrežom jednaka je sumi  $Q_r$  i  $Q_s$ .



**Slika 4.3 Shema vjetroagregata sa DFIG generatorom [8]**

Postoje tri načina rada kako bi sustav efikasno iskoristavao snagu vjetra, te ujedno zadržao siguran način prilikom odvijanja samog procesa stvaranja električne energije :

- 1.) Rad pri promjenjivoj brzini / optimalnom omjeru brzina :  $v_c \leq v \leq v_b$
- 2.) Rad pri konstantnoj brzini / promjenjivom omjeru brzina :  $v_b \leq v \leq v_r$
- 3.) Rad pri promjenjivoj brzini / konstantnoj snazi :  $v_r \leq v \leq v_f$



**Slika 4.4 Efikasni načini rada sustava [9]**

## 5. ROBUSNI RISE UPRAVLJAČKI ALGORITAM

### 5.1. Uvod u problematiku

Nadovezujući se na prethodno poglavlje, ukoliko želimo postići da sustav radi pri malim brzinama vjetra, brzina rotora vjetroturbine se mora kontinuirano prilagođavati brzini vjetra. Najčešći pristup upravljanja u praksi je da koristimo linearizaciju sustava oko radne točke. Međutim, zbog stohastičkih radnih uvjeta i neizbježnih nesigurnosti sustava, takva metoda ima svoju cijenu, koja se manifestira u lošim performansama sustava i niskoj pouzdanosti sustava. Prilikom izvođenja takvih upravljačkih algoritama, koriste se **linearni PID regulator** ili **LQR regulator** (eng. Linear Quadratic Regulator). Najveći problem takvih regulatora je što u pravilu **ne garantiraju optimalnu kontrolu**. Upravo zbog takvih problema od 1970.g počelo se intenzivno proučavati tzv robusne zakone upravljanja, kada se ustanovilo da mnoge od, do tada popularnih metoda upravljanja, kao što su **optimalno LQR upravljanje, kontrolno upravljanje observerom stanja** vode do velike osjetljivosti takvih sustava na poremećajne veličine. Može se čak reći da je nemodelirani dio sustava kritičniji od poznavanja same poremećajne veličine, zato jer utječe na stabilnost samog sustava, dok poremećaj utječe "samo" na performanse sustava, kojem je već stabilnost ustanovljena. Prednost robusnih zakona upravljanja, leži upravo u tome, ukoliko imamo nepoznati tj. neprecizan matematički model sustava, takav način upravljanja garantira zadovoljavajuće rezultate. Upravljačke algoritme koji omogućuju takav način upravljanja djelimo na robusne i adaptivne upravljačke zakone. Danas među najmodernijim rješenjima je **RISE upravljački algoritam**, koji za razliku od drugih robusnih algoritama, je globalno asimptotski stabilan (ako upravljački zakon kompenzira vanjske poremećaje).

## 5.2 Matematička formulacija RISE - a

Razmotrimo neizvjestan sustav koji zadovoljava sljedeću formulaciju:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t, \mathbf{x})) \quad (5.1)$$

gdje su:  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  vektor stanja,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  ulazni vektor upravljanja,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$  izlazni vektor  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^m$  nepoznati vektor poremećaja sa poznatim gornjim granicama  $\|\mathbf{d}(t, \mathbf{x})\| \leq a_1$  i  $\|\dot{\mathbf{d}}(t, \mathbf{x})\| \leq a_2$ . Pretpostavimo da sustav stanja mjerljiv i da je  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  mjerljivo i stabilizirajuće.

Neka je sliding (hrv. klizna) varijabla (ploha):

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{G}\mathbf{x}(t) \quad (5.2)$$

gdje je matrica  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  određena na način da stabilizira reducirani sustav. Da bi se zadovoljio uvjet praćenja i klizi uvjet upravljački zakon je definiran na sljedeći način [10]:

$$\mathbf{u}(t) = -(\mathbf{GB})^{-1}(\mathbf{GA}\mathbf{x}(t) + \gamma \text{sign}(\mathbf{s}(t))) \quad (5.3)$$

gdje je  $\gamma > a_1$  pojačanje takvo da sustav dosegne i "kliže" po kliznoj plohi u konačnom vremenu. Zbog nekontinuirane funkcije  $\text{sign}(\mathbf{s}(t))$  javlja se "chattering"efekt, zbog kojeg stanja sustava osciliraju oko plohe klizanja.

Kako bi reducirali oscilacije oko klizne plohe, uvodimo integralni član same klizne plohe i integralni član same signum funkcije. Na taj način postiže se konvergencija u konačnom vremenu, i sustav je globalno asimptotski stabilan. Stoga uvodimo modificiranu upravljačku varijablu:

$$\mathbf{u}(t) = -(\mathbf{GB})^{-1} \left( \mathbf{GA}\mathbf{x}(t) + \mathbf{L}_1\mathbf{s}(t) + \mathbf{L}_2 \int_0^t \mathbf{s}(\tau) d\tau + \mathbf{K} \int_0^t \text{sign}(\mathbf{s}(\tau)) d\tau \right) \quad (5.4)$$

gdje su :  $\mathbf{L}_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ,  $\mathbf{L}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  i  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  pozitivno definitne matrice formirane na sljedeći način:

$$\mathbf{L}_1 = \text{diag}(l_{11}, \dots, l_{1m}), \mathbf{L}_2 = \text{diag}(l_{21}, \dots, l_{2m}), \mathbf{K} = \text{diag}(k_1, \dots, k_m) \quad (5.5)$$

Deriviranjem po vremenu jednadžbu (5.2) i uvrštavanjem u jednadžbu (5.4) dobivamo:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}(t) &= \mathbf{G}\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{B}(\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}, t)) \\ &= -\mathbf{L}_1\mathbf{s}(t) - \mathbf{L}_2 \int_0^t \mathbf{s}(\tau) d\tau - \mathbf{K} \int_0^t \text{sign}(\mathbf{s}(\tau)) d\tau + \mathbf{G}\mathbf{B}\mathbf{d}(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Daljnim deriviranjem jednadžbe (5.6) dobivamo sljedeću dinamiku:

$$\ddot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{L}_1\dot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{L}_2\mathbf{s}(t) = -\mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{s}(t)) + \mathbf{f}(t) \quad (5.7)$$

gdje je  $\mathbf{f}(t) = \mathbf{G}\mathbf{B}\dot{\mathbf{d}}(x, t) = [f_1 \dots f_m]^T \in \mathbb{R}^m$ . Korištenjem svojstava vektorskih normi, imamo

$$\|\mathbf{f}(t)\| = \|\mathbf{G}\mathbf{B}\dot{\mathbf{d}}(\mathbf{x}, t)\| \leq a_2 \|\mathbf{G}\mathbf{B}\| \text{ i } |f_i(t)| \leq \|\mathbf{f}(t)\| \text{ za } 1 \leq i \leq m.$$

**Lema 1.** Razmotrimo sljedeći neperturbirani sustav:

$$\ddot{\sigma}(t) + l_1\dot{\sigma}(t) + l_2\sigma(t) = -k \text{sign}(\sigma(t)) \quad (5.8)$$

Gdje su  $l_1, l_2, k$  pozitivne konstante. Ako su  $l_1 > 0$  i  $l_2 > 0$  izabrani da zadovolje uvjet  $l_2 < \frac{l_1^2}{4}$ , tada  $\sigma(t)$  i  $\dot{\sigma}(t)$  asimptotski konvergiraju u nulu za dovoljno veliki  $k$  [10].

**Dokaz:**

S obzirom na uvjet  $l_2 < \frac{l_1^2}{4}$ , korijeni karakteristične jednadžbe  $s^2 + l_1s + l_2 = 0$  su realna i negativna. Zbog jednostavnosti uzmimo da su početni uvjeti  $\sigma(t_0) = 0$  i  $\dot{\sigma}(t_0) > 0$ . Tako trajektorija ulazi u poluravninu (1. kvadrant), kako je pokazano na slici 10. Kada je  $\sigma(t) > 0$  iz (5.8) dobivamo da je  $\ddot{\sigma}(t) + l_1\dot{\sigma}(t) + l_2\sigma(t) = -k$  i znamo njezinu ekvivalentnu točku

$$(\dot{\sigma}, \sigma) = \left( -\frac{k}{l_2}, 0 \right).$$

Neka funkcija  $g(t)$  bude dana izrazom:

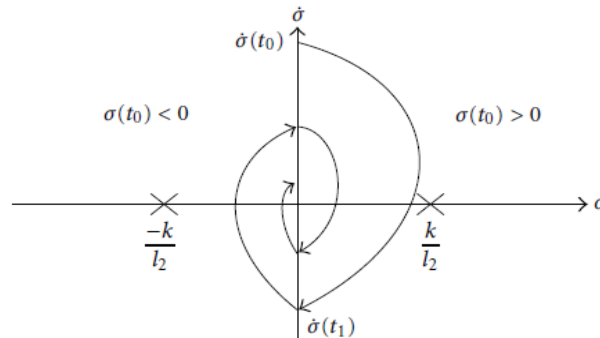
$$g(t) = \dot{\sigma}(t) + r\sigma(t) + \frac{k}{\mu} \text{sign}(\sigma(t)) \quad (5.9)$$

gdje je  $\mu + r = l_1$  i  $\mu r = l_2$ . Parametri  $\mu > 0$  i  $r > 0$  su realne konstante. S obzirom da je  $\sigma(t) > 0$ , slijedi da je  $\ddot{\sigma}(t) + l_1\dot{\sigma}(t) + l_2\sigma(t) + k = 0$  da je:

$$\begin{aligned} \frac{dg(t)}{dt} + \mu g(t) &= \frac{d}{dt} \left( \dot{\sigma}(t) + r\sigma(t) + \frac{k}{\mu} \right) + \mu \left( \dot{\sigma}(t) + r\sigma(t) + \frac{k}{\mu} \right) \\ &= \ddot{\sigma}(t) + (\mu + r)\dot{\sigma}(t) + \mu r\sigma(t) + k \\ &= \ddot{\sigma}(t) + l_1\dot{\sigma}(t) + l_2\sigma(t) + k = 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Stoga, možemo definirati da je  $g(t) = g(0)e^{-\mu t}$ . Iz toga slijedi da je gornja granica od  $g(t)$ ,  $|g(t)| \leq Ce^{-\mu t}$ ,  $C > 0$  je konstanta. Biramo Lyapunovljevu funkciju kao  $V(t) = \frac{1}{2}\sigma^2(t)$  i dobivamo derivaciju Lyapunovljeve funkcije kao:

$$\dot{V}(t) = \sigma(t)\dot{\sigma}(t) = \sigma(t) \left( g(t) - \frac{k}{\mu} \text{sign}(\sigma(t)) - r\sigma(t) \right) \leq C|\sigma(t)|e^{-\mu t} - \frac{k}{\mu}|\sigma(t)| - r\sigma^2(t) \quad (5.11)$$



**Slika 5.1 Putanja faze u modificiranom upravljačkom algoritmu [10]**

Kako je  $\mu > 0$ , postoji kojačno vrijeme,  $T_1 > 0$  tako da je  $Ce^{-\mu t} < \left(\frac{k}{\mu}\right) - \rho$  za dovoljno veliko pojačanje  $k$  i  $t > T_1$ , gdje je  $\rho > 0$  konstantno. Stoga je:

$$\dot{V}(t) \leq -\rho|\sigma(t)| - r\sigma^2(t) \leq -\rho|\sigma(t)|, \text{ za } t > T_1 \quad (5.12)$$

Gornja jednačba implicira ta funkcija  $\sigma(t)$  konvergira u nulu u konačnom vremenu. Neka trajektorija iz (5.8) sječe os  $\sigma(t) = 0$  u točki  $\dot{\sigma}(t_1)$ . Kako su korijeni karakteristične jednačbe  $s^2 + l_1 s + l_2 = 0$  stabilni, znamo da spiralna trajektorija konvergira u ekvivalentnu točku i da se ponašanje  $\dot{\sigma}(t)$  mijenja monotono. Stoga,

$$\frac{|\dot{\sigma}(t_1)|}{|\dot{\sigma}(t_0)|} = q < 1 \quad (5.13)$$

Produljimo li trajektoriju u poluravninu  $\sigma(t) < 0$ , i kada ona sječe os  $\sigma(t) = 0$  vidimo da zadovoljava nejednakost  $\frac{|\dot{\sigma}(t_{i+1})|}{|\dot{\sigma}(t_i)|} = q < 1$ . Tako njezina rješenja sijeku os  $\sigma(t) = 0$  iz drugog kvadranta u prvi, i iz četvrtog u treći kvadrant. Svaka trajektorija sustava siječe os  $\sigma(t) = 0$  u konačnom vremenu. Algoritam pokazuje savijanje faze oko središta i beskonačan broj kruženja oko središta. Prema [11 - 13], vrijeme konvergencije je:

$$T \leq \sum |\dot{\sigma}(t_i)| \leq |\dot{\sigma}(t_0)|(1 + q + q^2 + \dots) = \frac{|\dot{\sigma}(t_0)|}{1 - q} \quad (5.14)$$

Možemo zaključiti da trajektorije rotiraju oko središta, dok konvergiraju u konačnom vremenu prema središtu fazne plohe. Konvergencija prema središtu u konačnom vremenu je rezultat naizmjeničnog uključivanja između dvije drugačije upravljačke amplitude kako se trajektorija sve više približava središtu.

## 6. RISE ALGORITAM ZA GENERATOR VJETROAGREGATA

Kada generator vjetroatregata radi u varijabilnom načinu rada, kako bi se postigla maksimalna iskoristivost snage vjetra, brzina vratila generatora mora se prilagođavati kako bi se postigao optimalni omjer brzina  $\lambda_{opt}$ , koji jamči maksimalni aerodinamički koeficijent pretvorbe  $C_{pmax}$ .

Optimalni omjer brzina se može izračunati iz  $C_{pmax}$  - a koji ovisi o konstrukcijskim karakteristikama vjetroatregata. Aerodinamički koeficijent pretvorbe može se aproksimirati sljedećom jednažbom prema [16]:

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3\beta - c_4 \right) e^{\frac{-c_5}{\lambda_i}} + c_6\lambda \quad (6.1)$$

gdje koeficijenti  $c_1$  do  $c_6$  ovise o konstrukcijskim karakteristikama vjetroatregata, i  $\lambda_i$  je definiran kao:

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1} \quad (6.2)$$

Vrijednost optimalnog omjera brzina  $\lambda_{opt}$  dobivamo iz jednažbe (6.1), tako da izračunamo  $\lambda$  koji daje maksimalnu vrijednost aerodinamičkog koeficijenta pretvorbe  $C_p$ . S obzirom na brzinu vjetra, optimalna naredba brzine generatora dana je izrazom:

$$\omega^* = \frac{\lambda_{opt} v}{R} \quad (6.3)$$

### 6.1 Upravljanje pretvaračem na strani rotora

Shema upravljanja RSC – om je napravljena na način da se brzinom vjetroturbine upravlja kako bi se "izvukla" maksimalna snaga vjetra u svakom trenutku. Dizajn takvog kontrolera mora uzimati u obzir dinamiku sustava vjetroatregata. U vjetroatregatima sa DFIG generatorom taj cilj se najčešće postiže regulacijom struje na rotoru generatora tako da se vektor toka statora postavi u d – os rotirajućeg koordinatnog sustava. Iz toga slijedi da je  $\psi_{ds} = \psi_s$  i  $\psi_{qs} = 0$ , te dobivamo sljedeće odnose:

$$i_{qs} = \frac{L_m i_{qr}}{L_s} \quad (6.4)$$

$$i_{qs} = \frac{L_m (i_{ms} - i_{dr})}{L_s} \quad (6.5)$$

$$v_{dr} = r_r i_{dr} + \sigma L_r \frac{di_{dr}}{dt} - s\omega_s \sigma L_r i_{qr} \quad (6.6)$$

$$v_{qr} = r_r i_{qr} + \sigma L_r \frac{di_{qr}}{dt} + s\omega_s \left( \frac{\sigma L_r i_{dr} + L_m^2 i_{ms}}{L_s} \right) \quad (6.7)$$

$$T_g = -\frac{L_m}{L_s} i_{ms} i_{qr} \quad (6.8)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} \frac{\omega_s L_m^2 i_{ms} (i_{ms} - i_{dr})}{L_s} \quad (6.9)$$

gdje su:

$$i_{ms} = \frac{v_{qs} - r_s i_{qs}}{\omega_s L_m} \quad (6.10)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \quad (6.11)$$

Ako uzmemo u obzir da je utjecaj otpora statora zanemariv, možemo smatrati struju

$i_{ms} = konst.$  Iz toga slijedi da je:

$$T_g = -K_g i_{qr} \quad (6.12)$$

gdje je:

$$K_g = \frac{L_m}{L_s} i_{ms} \quad (6.13)$$



Jednadžba koja opisuje cjelokupnu dinamiku sustava je:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\delta}{J} T_r - \frac{K_g}{J} i_{qr} - \frac{B}{J} \omega \quad (6.14)$$

Uvedemo li  $a = \frac{B}{J}$ ,  $b = \frac{K_g}{J}$ ,  $c = \frac{\delta T_r}{J}$  dobivamo konačni oblik jednadžbe dinamike sustava:

$$\dot{\omega} = -a\omega - b i_{qr} + c \quad (6.15)$$

Uzmemo li u obzir i nesigurnosti sustava dobivamo:

$$\dot{\omega} = -(a + \Delta a)\omega - (b + \Delta b) i_{qr} + (c + \Delta c) \quad (6.16)$$

gdje su  $\Delta a$ ,  $\Delta b$ ,  $\Delta c$  nesigurnosti sustava.

Definirajmo sada pogrešku praćenja trajektorije:

$$e(t) = \omega(t) - \omega^*(t) \quad (6.17)$$

gdje je  $\omega^*(t)$  naredba brzine rotora.

Deriviranjem jednadžbe (6.17) dobivamo:

$$\dot{e}(t) = \dot{\omega}(t) - \dot{\omega}^*(t) = a e(t) + u(t) + d(t) \quad (6.18)$$

gdje su sljedeći izrazi skupljeni u signal  $u(t)$ :

$$u(t) = c(t) - b i_{qr}(t) - a \omega^*(t) - \dot{\omega}^*(t) \quad (6.19)$$

a nesigurnosti u signal  $d(t)$ :

$$d(t) = \Delta c(t) - \Delta a \omega(t) - \Delta b i_{qr}(t) \quad (6.20)$$

Robusni zakon upravljanja definiran je sljedećim izrazom:

$$u(t) = -K_p e(t) - K_i \int_0^t (\alpha e(\tau) + \rho \text{sign}(e(\tau))) d\tau \quad (6.21)$$

gdje su  $\alpha > 0$  i  $\rho > 0$  realne konstante.

Uvedemo li:

$$z(t) = \int_0^t (\alpha e(\tau) + \rho \text{sign}(e(\tau))) d\tau \quad (6.22)$$

Možemo definirati da je pogreška praćenja  $\tilde{z}(t) = z(t) - z^*(t)$  gdje je  $z^*(t)$  stacionarno stanje varijable  $z$  te dobivamo:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= ae(t) + d(t) - K_p e(t) - K_i z(t) \\ &= ae(t) + d(t) - K_p e(t) - K_i \tilde{z}(t) - K_i z^*(t) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Da bi gornji sustav bio asimptotski stabilan mora vrijediti:

$$d(t) - K_i z^*(t) = 0 \quad (6.24)$$

Tako da konačne jednadžbe imaju oblik:

$$\dot{e}(t) = ae(t) - K_p e(t) - K_i \tilde{z}(t) \quad (6.25)$$

$$\dot{\tilde{z}}(t) = \alpha e(t) + \rho \text{sign}(e(t)) - h(t) \quad (6.26)$$

gdje je:

$$h(t) = -\frac{1}{K_i} \dot{d}(t) \quad (6.27)$$

Pomnožimo li jednadžbu (6.24) sa (6.25) dobivamo:

$$\dot{e}(t)[h(t) + \alpha e(t) + \rho \text{sign}(e(t))] = F(e(t))[h(t) + \alpha e(t) + \rho \text{sign}(e(t))] - K_i \tilde{z}(t) \dot{\tilde{z}}(t) \quad (6.28)$$

Gdje je:

$$F(e(t)) = ae(t) - K_p e(t) \quad (6.29)$$

Sređivanjem navedenih izraza dobivamo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \rho |e(t)| + \frac{1}{2} \alpha e^2(t) + h(t)e(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}^2(t) \right] = \\ = \dot{h}(t)e(t) + h(t)F(e(t))\text{sign}(e(t)) + \alpha e(t)F(e(t)) \end{aligned} \quad (6.30)$$

### ***Analiza stabilnosti :***

Lyapunovljeva funkcija je:

$$V(t) = \rho |e(t)| + h(t)e(t) + \frac{1}{2} \alpha e^2(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}^2(t) \quad (6.31)$$

Derivacija Lyapunovljeve funkcije je:

$$\dot{V}(t) = \alpha e(t)F(e(t)) + \rho F(e(t))\text{sign}(e(t)) + \dot{h}(t)e(t) + h(t)F(e(t)) \quad (6.32)$$

Ocjena Lyapunovljeve funkcije je:

$$V(t) > \left( \rho - \max \{ |h(t)| \} \right) |e(t)| + \frac{1}{2} \alpha e^2(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}^2(t) \quad (6.33)$$

Uvjet pozitivne definitnosti je:

$$\rho - \max \{ |h(t)| \} > 0 \quad (6.34)$$

S obzirom da vrijedi:

$$e(t)F(e(t)) = e(t)[ae(t) - K_p e(t)] \leq -(K_p - k_g)e^2(t) \quad (6.35)$$

$$\text{sign}(e(t))F(e(t)) = \text{sign}(e(t))[ae(t) - K_p e(t)] \leq -(K_p - k_g)|e(t)| \quad (6.36)$$

Ocjena derivacije funkcije je :

$$\dot{V}(t) < -\alpha(K_p - k_g)e^2(t) - |e(t)| \left[ (K_p - k_g) \left( \rho - \max \{ |h(t)| \} \right) - \max \{ |\dot{h}(t)| \} - 2k_g \max \{ |h(t)| \} \right] \quad (6.37)$$

Uvjet negativne definitnosti je:

$$k_1 = K_p - k_g > 0 \quad (6.38)$$

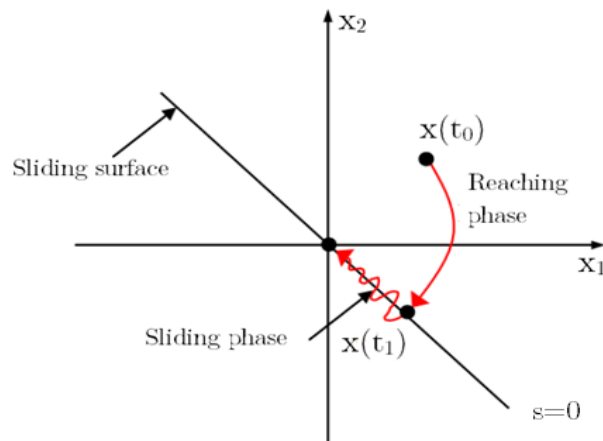
$$k_2 = \rho - \max \{ |h(t)| \} > 0 \quad (6.39)$$

$$k_1 k_2 = \max \{ |\dot{h}(t)| \} + 2k_g \max \{ |h(t)| \} \quad (6.40)$$

Konačni zakon upravljanja dan je izrazom:

$$i_{gr}^*(t) = \frac{1}{b} [K_p e(t) - K_i z(t) - \dot{\omega}^*(t) - a\omega^*(t) + c(t)] \quad (6.41)$$

Iz čega konačno zaključujemo asimptotsku konvergenciju prema referentnoj trajektoriji bez "chattering" efekta koji nastaje konvencionalnim sliding mode upravljanjem.



Slika 6.1 "Chattering" efekt [17]

## 6.2 Upravljanje pretvaračem na strani električne mreže

Objekt upravljanja kod GSC – a je zadržati voltažu DC veze (eng. DC link) konstantnom bez obzira na smjer toka snage na rotoru. Kako bi to postigli, koristimo pristup vektorskog upravljanja, na način da vektor voltaže statora postavimo u položaj d – koordinatne osi referentnog koordinatnog sustava. Na taj način postizemo da je  $v_d = V_s$  i  $v_q = 0$ , pa je snaga između GSC – a i mreže:

$$P = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) = \frac{3}{2}v_d i_d \quad (6.42)$$

$$Q = \frac{3}{2}(v_q i_d - v_d i_q) = -\frac{3}{2}v_d i_q \quad (6.43)$$

gdje su  $v_d$  i  $v_q$  direktna i kvadrantna komponenta opskrbe voltaže, a  $i_d$  i  $i_q$  direktna i kvadrantna komponenta ulazne struje pretvarača sa strane statora.

Snaga DC veze mora biti jednaka aktivnoj snazi između GSC – a i mreže:

$$V_{DC} i_{DC-s} = \frac{3}{2}v_d i_d \quad (6.44)$$

$$C \frac{dV_{DC}}{dt} = i_{DC-s} - i_{DC-r} \quad (6.45)$$

Gdje su:  $V_{DC}$  – voltaža DC veze, V

$i_{DC-r}$  – struja između DC veze i rotora, A

$i_{DC-s}$  – struja između DC veze i statora, A

Iz jednadžbi (6.44) i (6.45) dobivamo:

$$\dot{V}_{DC} = \frac{1}{C} \left( \frac{3}{2V_{DC}} v_d i_d - i_{DC-r} \right) \quad (6.46)$$

$$\dot{V}_{DC} = g(t) i_d - \frac{1}{C} i_{DC-r} \quad (6.47)$$

gdje je  $g(t)$  definirano kao:

$$g(t) = \frac{1}{C} \frac{3}{2V_{DC}} v_d i_d \quad (6.48)$$

Funkcija  $g(t)$  se može rastaviti na dva člana:

$$g(t) = g_0(t) + \Delta g(t) \quad (6.49)$$

gdje je:

$$g_0(t) = \frac{1}{C} \frac{3}{2} \frac{i_d}{V_{DC}^*} \quad (6.50)$$

gdje je  $V_{DC}^*$  referentna vrijednost  $V_{DC}$ , izraz  $\Delta g(t)$  uzima u obzir devijacije referentne vrijednosti.

Jednadžbu (6.47) možemo pisati kao:

$$\dot{V}_{DC} = (g_0(t) + \Delta g(t)) i_d - \frac{1}{C} i_{DC-r} \quad (6.51)$$

$$\dot{V}_{DC} = g_0(t) i_d - \frac{1}{C} i_{DC-r} + d_v(t) \quad (6.52)$$

gdje je  $d_v(t) = \Delta g(t) i_d$  signal nesigurnosti sustava.

Definirajmo sada pogrešku praćenja:

$$e_v(t) = V_{DC}(t) - V_{DC}^*(t) \quad (6.53)$$

Deriviranjem jednadžbe (6.53) dobivamo:

$$\begin{aligned} \dot{e}_v(t) &= \dot{V}_{DC}(t) - \dot{V}_{DC}^*(t) = \dot{V}_{DC}(t) - 0 \\ &= u_v(t) + d_v(t) \end{aligned} \quad (6.54)$$

gdje je:

$$u_v(t) = g_0(t) i_d - \frac{1}{C} i_{DC-r} \quad (6.55)$$

Robusni zakon upravljanja definiran je sljedećim izrazom:

$$u_v(t) = -K_p e_v(t) - K_i \int_0^t (\kappa e_v(\tau) + \beta \text{sign}(e_v(\tau))) d\tau \quad (6.56)$$

gdje su  $\kappa > 0$  i  $\beta > 0$  realne konstante.

Uvedemo li:

$$z_v(t) = \int_0^t (\kappa e_v(\tau) + \beta \text{sign}(e_v(\tau))) d\tau \quad (6.57)$$

Možemo definirati da je pogreška praćenja  $\tilde{z}_v(t) = z_v(t) - z_v^*(t)$  gdje je  $z_v^*(t)$  stacionarno stanje varijable  $z_v$  te dobivamo:

$$\begin{aligned} \dot{e}_v(t) &= d_v(t) - K_p e_v(t) - K_i z_v(t) \\ &= d_v(t) - K_p e_v(t) - K_i \tilde{z}_v(t) - K_i z_v^*(t) \end{aligned} \quad (6.58)$$

Da bi gornji sustav bio asimptotski stabilan mora vrijediti:

$$d_v(t) - K_i z_v^*(t) = 0 \quad (6.59)$$

Tako da konačne jednadžbe imaju oblik:

$$\dot{e}_v(t) = d_v(t) - K_p e_v(t) - K_i \tilde{z}_v(t) \quad (6.60)$$

$$\dot{\tilde{z}}_v(t) = \kappa e_v(t) + \beta \text{sign}(e_v(t)) - k(t) \quad (6.61)$$

gdje je:

$$k(t) = -\frac{1}{K_i} \dot{d}_v(t) \quad (6.62)$$

Pomnožimo li jednadžbu (6.60) sa (6.61) dobivamo:

$$\begin{aligned} \dot{e}_v(t) [k(t) + \kappa e_v(t) + \beta \text{sign}(e_v(t))] = \\ = F(e_v(t)) [k(t) + \kappa e_v(t) + \beta \text{sign}(e_v(t))] - K_i \tilde{z}_v(t) \dot{\tilde{z}}_v(t) \end{aligned} \quad (6.63)$$

Gdje je:

$$F(e_v(t)) = d_v(t) - K_p e_v(t) \quad (6.64)$$

Sređivanjem navedenih izraza dobivamo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \beta |e_v(t)| + \frac{1}{2} \kappa e_v^2(t) + k(t) e_v(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}_v^2(t) \right] = \\ = \dot{k}(t) e_v(t) + k(t) F(e_v(t)) \text{sign}(e_v(t)) + \kappa e_v(t) F(e_v(t)) \end{aligned} \quad (6.65)$$

### ***Analiza stabilnosti:***

Lyapunovljeva funkcija je:

$$V(t) = \beta |e_v(t)| + k(t) e_v(t) + \frac{1}{2} \kappa e_v^2(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}_v^2(t) \quad (6.66)$$

Derivacija Lyapunovljeve funkcije je:

$$\dot{V}(t) = \kappa e_v(t) F(e_v(t)) + \beta F(e_v(t)) \text{sign}(e_v(t)) + \dot{k}(t) e_v(t) + k(t) F(e_v(t)) \quad (6.67)$$

Ocjena Lyapunovljeve funkcije je:

$$V(t) > \left( \beta - \max \{ |k(t)| \} \right) |e_v(t)| + \frac{1}{2} \kappa e_v^2(t) + \frac{1}{2} K_i \tilde{z}_v^2(t) \quad (6.68)$$

Uvjet pozitivne definitnosti je:

$$\beta - \max \{ |k(t)| \} > 0 \quad (6.69)$$



S obzirom da vrijedi:

$$e_v(t)F(e_v(t)) = e_v(t)[d_v(t) - K_p e_v(t)] \leq -(K_p - k_g)e_v^2(t) \quad (6.71)$$

Dobivamo:

$$\text{sign}(e_v(t))F(e_v(t)) = \text{sign}(e_v(t))[d_v(t) - K_p e_v(t)] \leq -(K_p - k_g)|e_v(t)| \quad (6.72)$$

ocjena derivacije funkcije je:

$$\dot{V}(t) < -\kappa(K_p - k_g)e_v^2(t) - |e_v(t)|[(K_p - k_g)(\beta - \max\{|k(t)|\}) - \max\{|\dot{k}(t)|\} - 2k_g \max\{|k(t)|\}] \quad (6.73)$$

Uvjet negativne definitnosti je:

$$k_1 = K_p - k_g > 0 \quad (6.74)$$

$$k_2 = \beta - \max\{|k(t)|\} > 0 \quad (6.75)$$

$$k_1 k_2 = \max\{|\dot{k}(t)|\} + 2k_g \max\{|k(t)|\} \quad (6.76)$$

Konačni zakon upravljanja dan je izrazom:

$$i_d^*(t) = \frac{1}{g_0} \left[ -K_p e_v(t) - K_{i_v} z_v(t) - \frac{1}{C} i_{DC-r} \right] \quad (6.77)$$

Iz čega konačno zaključujemo asimptotsku konvergenciju prema referentnoj trajektoriji bez „chattering“ efekta koji nastaje konvencionalnim sliding mode upravljanjem.

## 7. REZULTATI SIMULACIJE

### 7.1 Rezultati simulacije na strani rotora

U ovom poglavlju analizirat ćemo rezultate simulacije sa predloženim algoritmom upravljanja. Cilj predloženog algoritma je omogućiti kontinuirano prilagođavanje sustava brzini vjetra, kako bi u svakom trenutku iskoristili maksimalnu snagu vjetra za proizvodnju električne energije. Simulacija je realizirana u programskom paketu Matlab 2014a. Robusni upravljački algoritam je realiziran za varijabilni frekvencijski pretvarač koji se sastoji od RSC – a (Rotor Side Converter) i od GSC – a (Grid Side Converter). Diferencijalna jednačba koja opisuje dinamiku sustava potrebnu za projektiranje na strani rotora dana je jednačbom (6.16). Ispitna referentna trajektorija je opisana sljedećom funkcijom:

$$w^* = 15 \sin(2t) + 5 \sin(5t), \frac{\text{O}}{\text{min}} \quad (7.1)$$

Jednačba struje iz (6.15) rotora prema opisana je izrazom:

$$i_{qr} = 3 \sin(t + 5), \text{A} \quad (7.2)$$

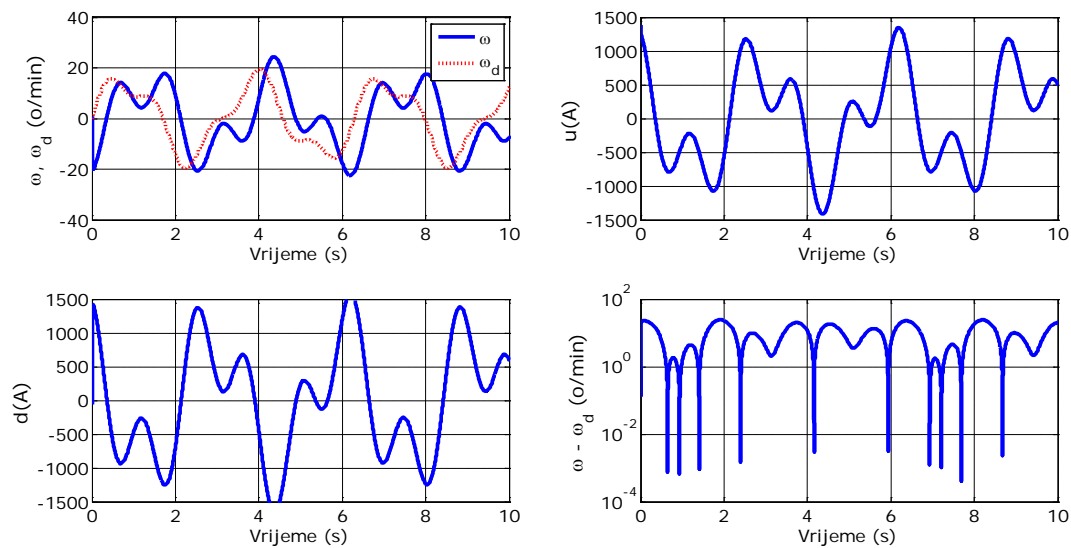
Izraz  $c = \frac{\delta T_r}{J}, \frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}}$  iz (6.15), opisana je sljedećom funkcijom:

$$c = \frac{1}{5} [25 \sin(2t) + 23 \sin(5t)], \frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \quad (7.3)$$

Nesigurnost izraza  $c = \frac{\delta T_r}{J}$  je 20%, parametar  $a = \frac{B}{J} = 50 \frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}}$  (6.15), a njegova

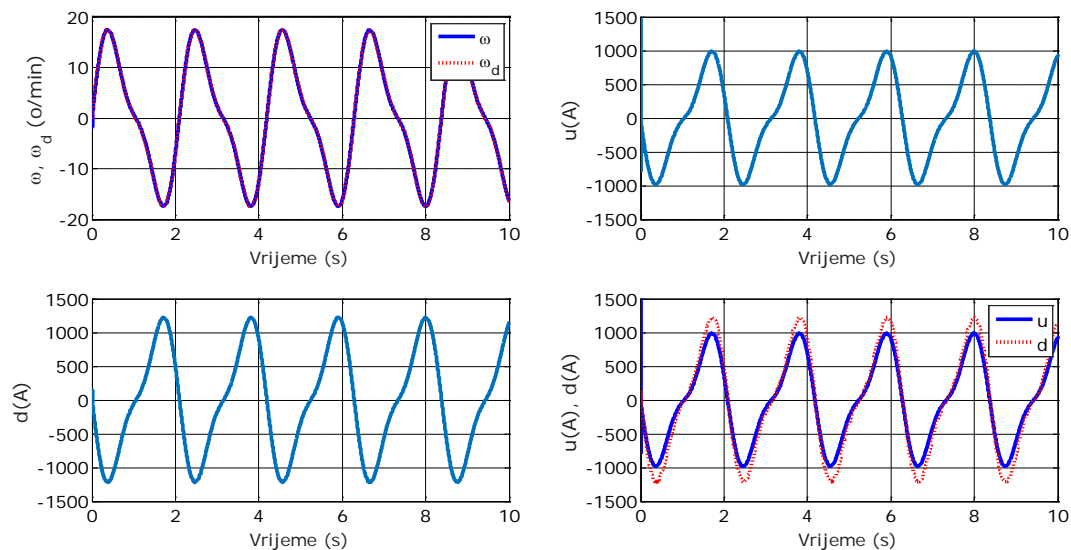
nesigurnost 40%, dok je parametar  $b = \frac{K_g}{J} = 2 \frac{\text{A}}{\text{kg} \cdot \text{m}}$  (6.15), te je njegova nesigurnost 30%.

Pojačanja za PID upravljački algoritam (6.41) su:  $K_p = 60$ ,  $K_i = 60$ , a  $\alpha = 0$ . Na slici 7.1 možemo vidjeti kako se sustav sa vanjskom poremećajem ponaša kada se koristi linearni PID regulator.



**Slika 7.1 Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja na strani RSC-a (linearni PID)**

Na slici se vrlo lako može vidjeti kako linearni PID regulator ne može pratiti zadanu trajektoriju, odnosno ne može postići asimptotsku konvergenciju u konačnom vremenu. Na sljedećoj slici 7.2 ćemo prikazati ponašanje sustava sa vanjskim poremećajem kada se koristi RISE upravljački algoritam (6.41) uz  $\alpha = 100$ .



**Slika 7.2 Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja na strani RSC-a (RISE)**

Vidljivo je da RISE upravljački algoritam savršeno prati zadanu trajektoriju i da je postignuta globalna asimptotska stabilnost, kao što je dokazano Lyapunovljevom teorijom stabilnosti u prethodnom poglavlju. Asimptotska konvergencija u konačnom vremenu je moguća jedino ako upravljački algoritam kompenzira vanjske poremećaje, što se na slici 7.2 može vidjeti. Simulacija je pokazala veliku razliku između konvencionalnog linearnog PID regulatora i RISE upravljačkog algoritma, te pokazala kako linearnim PID regulatorom nije moguće potupno iskoristiti energiju vjetra u svakom trenutku.

Na slici 7.3 ćemo pokazati performanse konvencionalnog sliding mode regulatora, konkretno za problem stabilizacije usred poremećaja na strani rotora (RSC).

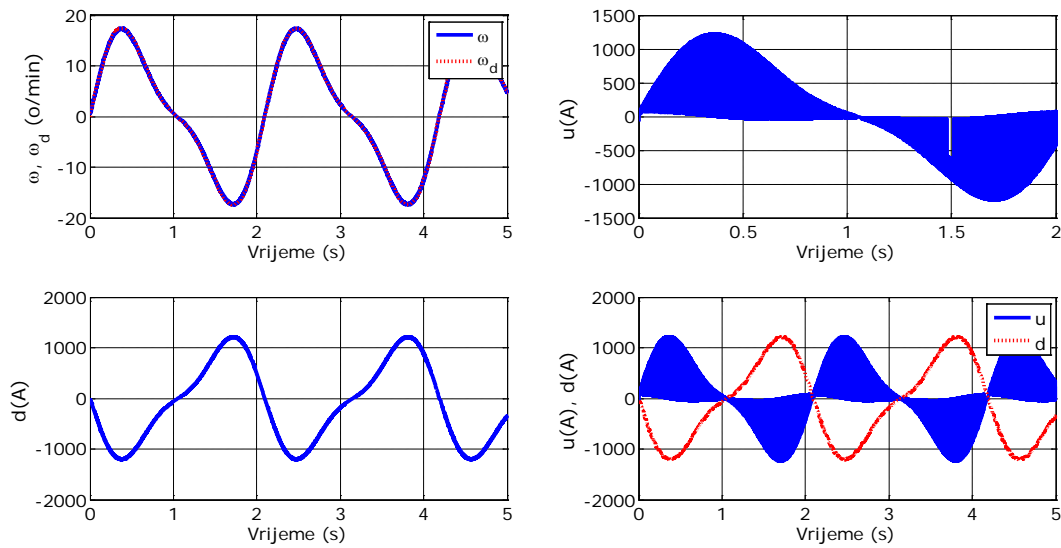
Upravljački zakon sliding mode regulatora je:

$$u_v(t) = -K_p e_v(t) - \beta \text{sign}(e_v(t)) \quad (7.4)$$

gdje u konačnici za stabilizaciju na strani rotora dobivamo:

$$i_{qr}^*(t) = \frac{1}{b} [K_p e(t) - \beta \text{sign}(e_v(t)) - \dot{\omega}^*(t) - a\omega^*(t) + c(t)] \quad (7.5)$$

Pojačanja sliding mode regulatora na strani rotora su  $K_p = 100$  i  $\beta = 100$ , dok su poremećaj i paramteri uzeti kao i za RISE regulator.



**Slika 7.3 Sliding mode regulator na strani RSC-a**

Kao što je već spomenuto, za razliku od RISE regulatora, kod konvencionalnog sliding mode regulatora javlja se „chattering efekt“, te upravo zbog toga nije moguće postići globalnu asimptotsku stabilnost, što bitno utječe na performanse regulatora, te ne može garantirati dobre rezultate na čitavom području.

## 7.2 Rezultati simulacije na strani električne mreže

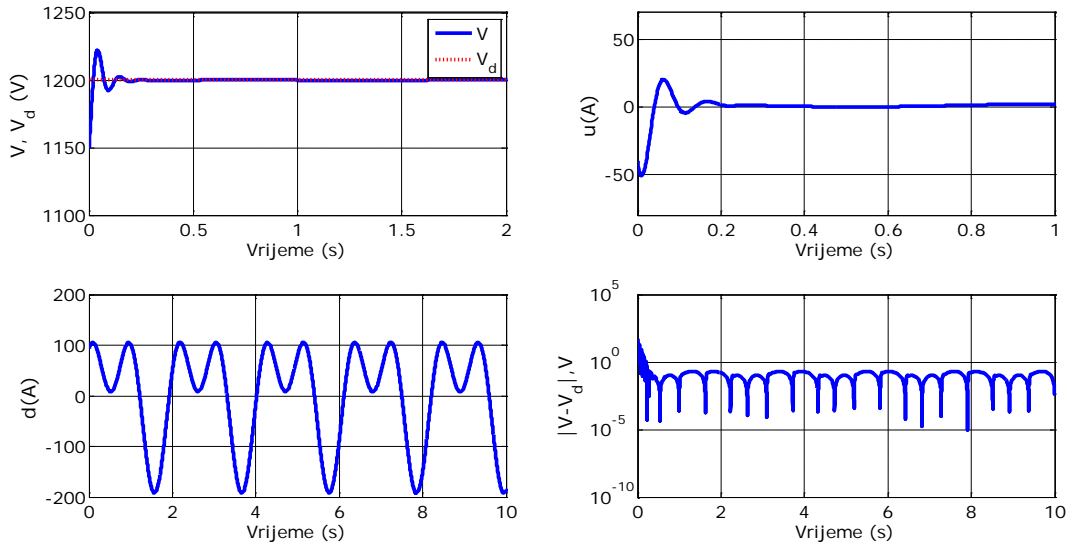
Jedan od glavnih ciljeva upravljanja GSC – om je održavati voltažu DC veze konstantnom bez obzira na smjer toka snage s rotora. Ideja za postizanje navedenog cilja je vektorsko upravljanje koje diferencijalne jednadžbe dinamike sustava izuzetno pojednostavljuje. I za ovaj problem, korišten je RISE upravljački algoritam, koji zbog pojednostavljene dinamike sustava prema (6.52), je pokazao još bolje rezultate. Ako kontroler radi pravilno, treba napomenuti da bi

voltaža trebala bit konstantna, dok bi izraz  $\Delta g, \frac{A}{\mu \cdot F}$  (6.49) trebao biti mala vrijednost.

Parametri korišteni u simulaciji su  $K_p = 100$ ,  $K_i = 100$ ,  $\alpha_v = 100$  i  $C = 200\mu F$  dok je referentna vrijednost voltaže postavljena na 1200V. Poremećaji su uzeti kao i iz prethodnog primjera, izrazima definiranim u (7.2) i (7.3).

Referentna trajektorija je:

$$V_{DC}^*(t) = 1200, V \quad (7.6)$$

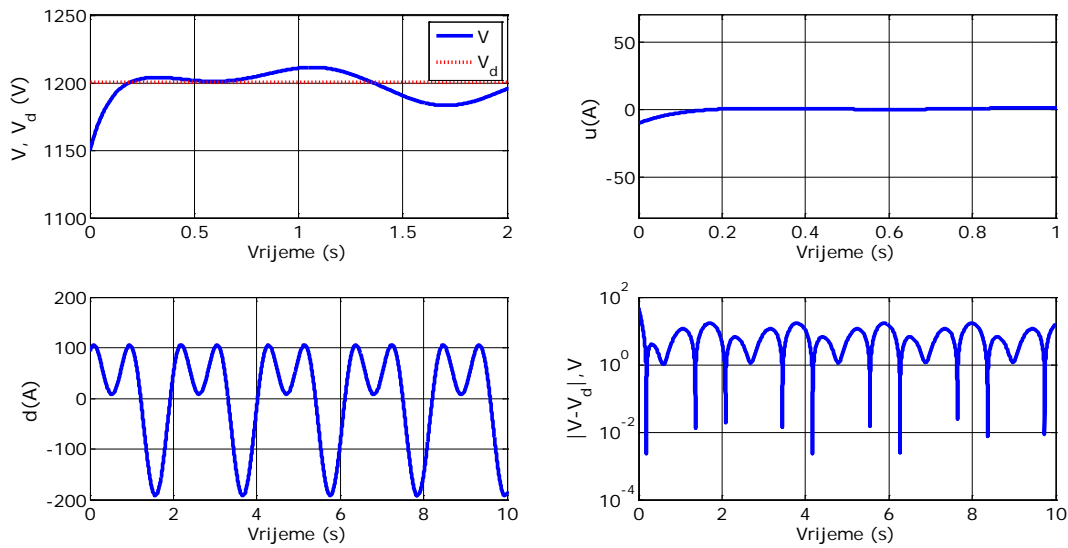


**Slika 7.4 Praćenje zadane referentne voltaže DC veze (RISE)**

Kao što možemo vidjeti na slici 7.3, sustav radi stabilno, te da bi radio stabilno, upravljački zakon (6.77) mora kompenzirati vanjske poremećaje. Sustav postiže asimptotsku konvergenciju u konačnom vremenu, kako je već pokazano u prethodnom poglavlju.

Zbog pojednostavljene dinamike sustava, može se koristiti i linearni PID regulator ( $\alpha_v = 0$ ) (eng. PID control), međutim skokovi voltaže (kojih ovdje nema) mogu dovesti do kvarova i problema u radu cijelog vjetroagregata, te veće troškove održavanja.

Pokazati ćemo kako vanjski poremećaji utječu na spoj između sustava i javne električne mreže koja ide do kućanstava, poslovnih sustava, tvornica itd. Vidjet ćemo kao i na strani rotora da linearni regulator ne može kompenzirati vanjske poremećaje. Sama senzorika i razvoj kontrolnog sustava koji će u svakom trenutku nadgledati i intervenirati prilikom većih anomalija, zahtjeva dodatna ulaganja u realizaciju kvalitetnog sustava dobivanja energije. Poremećaji su uzeti kao i iz prethodnog primjera, izrazima definiranim u (7.2) i (7.3), te isto tako i pojačanja sustava  $K_p = 100$  i  $K_i = 100$ .



**Slika 7.5 Stabilizacija uz postojanje vanjskog poremećaja na DC vezi (linearni PID)**

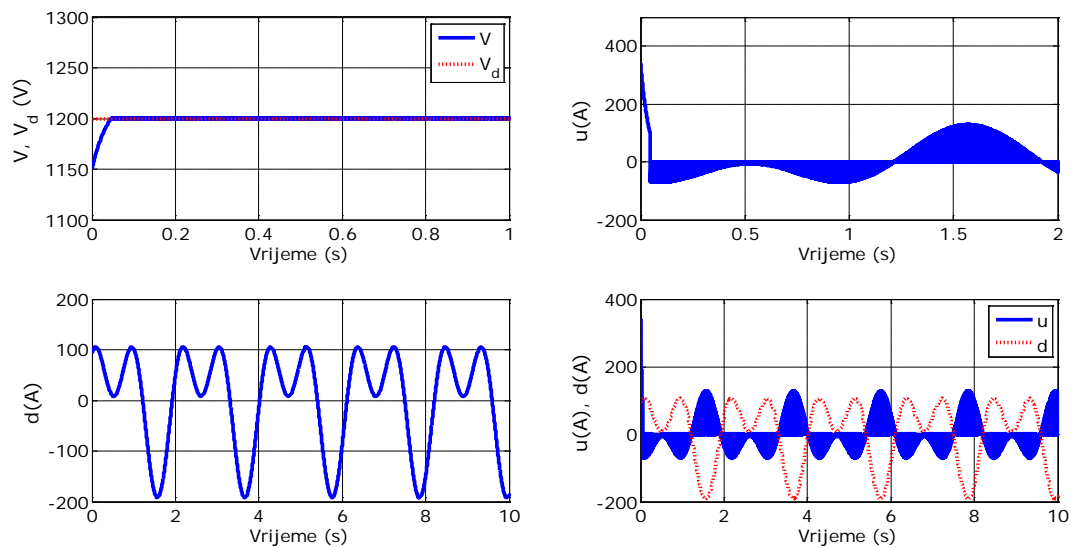
Kao i u prethodnom primjeru, pokazali smo da klasični regulatori koji se danas najčešće koriste u industrijskoj automatizaciji ne mogu kompenzirati poremećaje vanjskih utjecaja. Ovakvi skokovi mogu načiniti štetu na samom sustavu i na vanjskoj mreži na koju se sustav veže.

Pokazat ćemo kao i za primjer na RSC – u, na slici 7.6 stabilizaciju poremećaja na strani električne mreže korištenjem sliding mode regulatora.

Upravljački zakon za stabilizaciju na strani električne mreže je:

$$i_d^*(t) = \frac{1}{g_0} \left[ -K_p e_v(t) - \rho \operatorname{sign}(e_v(t)) - \frac{1}{C} i_{DC-r} \right] \quad (7.7)$$

Pojačanja sliding mode regulatora na strani električne mreže su  $K_p = 100$  i  $\rho = 100$ , dok su poremećaj i paramteri uzeti kao i za RISE regulator.



**Slika 7.6 Sliding mode regulator na strani GSC-a**

Kao što je već spomenuto, za razliku od RISE regulatora, kod konvencionalnog sliding mode regulatora javlja se „chattering efekt“, te upravo zbog toga nije moguće postići globalnu asimptotsku stabilnost, što bitno utječe na performanse regulatora, te ne može garantirati dobre rezultate na čitavom području.



## 8. ZAKLJUČAK

U ovom radu je predložen RISE upravljački algoritam za kontrolu frekvencijskog pretvarača DFIG generatora koji se danas u pravilu koristi za vjetroagregate sa varijabilnom brzinom vjetra. Kao što je navedeno u prethodnim poglavljima, algoritam garantira globalnu asimptotsku stabilnost i robusnost na nesigurnosti koje postoje u realnim uvjetima. Dokaz je proveden na principu Lyapunovljeve teorije stabilnosti. U slučaju linearnog vremenski invarijantnog sustava, izravna Lyapunovljeva metoda, ne daje dovoljne i nužne uvjete stabilnosti, dok kod nelinearnih sustava daje samo dovoljne uvjete stabilnosti. Osim uporabe Lyapunovljeve metode za analizu stabilnosti sustava, njezina upotreba je primjenjiva također kod projektiranja regulacijskih sustava za : procjenu dominantne vremenske konstante sustava, brzo otklanjanje poremećaja, procjenu područja privlačenja, stabilizaciju sustava, sintezu adaptivnih sustava upravljanja itd. Predloženi algoritam omogućuje kontinuirano maksimalno iskorištenje vjetra. Simulacija je pokazala dobre rezultate, te ovakav pristup u upravljanju vjetroagregatima garantira bolji rad sustava od običnih linearnih algoritama upravljanja, kao što linearni PID i linearni kvadratični regulatori (LQR).

## DODATAK A

### Vektorske i matrice norme

Ovdje će se prikazati neke osnovne definicije i pojmovi vezani uz norme vektora i matrica prema [18].

#### A.1 Vektorske norme

Norma vektora  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  je funkcija koja preslikava vektorski prostor  $\mathbb{R}^n$  u prostor nenegativnih realnih brojeva  $\mathbb{R}_+$ , odnosno  $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ . Posebno su zanimljive tzv. p norme vektora koje se definiraju izrazom:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (\text{A.1})$$

Ako je  $p = 1$  imamo grid vektorsku normu vektora:

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \left( \sum_{i=1}^n |x_i| \right) \quad (\text{A.2})$$

Ako je  $p = 2$  imamo Euklidsku normu vektora:

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2} = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} \quad (\text{A.3})$$

Koja se najčešće koristi, pa se označava bez indeksa, odnosno  $\|\mathbf{x}\|_2 = \|\mathbf{x}\|$ . Ako je  $p = \infty$ , tada imamo max normu vektora koju definiramo na sljedeći način:

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}\|_p = \lim_{p \rightarrow \infty} \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} = \max_i |x_i| \quad (\text{A.4})$$

Norme vektora definirane izrazima (A2), (A3), (A4) u praksi se najčešće koriste. Funkcija  $\|\cdot\|$  je norma vektora, ako vrijede sljedeća svojstva:

- $\|\mathbf{x}\|_p \geq 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,$
- $\|\alpha \mathbf{x}\|_p = |\alpha| \|\mathbf{x}\|_p, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \forall \alpha \in \mathbb{R},$
- $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\|_p \leq \|\mathbf{x}\|_p + \|\mathbf{y}\|_p, \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  – nejednakost trokuta

### A.1 Matrične norme

Najjednostavnija norma matrice  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  je Forbeniusnova norma definirana na sljedeći način :

$$\|\mathbf{A}\|_F^2 = \sum_{i,j} |a_{i,j}|^2 = \text{trace}(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \quad (\text{A.5})$$

Najčešće se koriste inducirane matrične  $p$  – norme, koje su definirane indirektno preko norme vektora:

$$\|\mathbf{A}\|_p = \max_{\|\mathbf{x}\|_p=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_p, \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.6})$$

Kada je  $p = 1$  imamo:

$$\|\mathbf{A}\|_1 = \max_j \sum_i |a_{i,j}| \quad (\text{A.7})$$

odnosno, inducirana 1 – norma matrice predstavlja maksimum sume elemenata po stupcima. Ako je  $p = 2$ , slijedi da je:

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}} \quad (\text{A.8})$$

gdje je  $\lambda_{\max}$  maksimalna svojstvena vrijednost matrice  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ . Zatim, ako je  $p = \infty$  imamo:

$$\|\mathbf{A}\|_\infty = \max_i \sum_j |a_{i,j}| \quad (\text{A.9})$$

odnosno, inducirana  $\infty$  – norma matrice predstavlja maksimum sume elemenata po retcima.

Inducirane matrične norme općenito zadovoljavaju sljedeća svojstva:

- $\|\mathbf{Ax}\|_p = \|\mathbf{A}\|_p \|\mathbf{x}\|_p, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$
- $\|\mathbf{A} + \mathbf{B}\|_p \leq \|\mathbf{A}\|_p + \|\mathbf{B}\|_p$
- $\|\mathbf{AB}\|_p \leq \|\mathbf{A}\|_p \|\mathbf{B}\|_p$

U analizi stabilnosti najčešće se koristi inducirana 2 – norma. Međutim, izračunavanje inducirane 2 – norme je bitno složenije od izračunavanja inducirane 1 – norme i  $\infty$  – norme. Stoga su od interesa veze među različitim induciranim normama, koje omogućavaju jednostavniju ocjenu inducirane 2 – norme. Jedna takva veza dana je sljedećim izrazom:

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \sqrt{\|\mathbf{A}\|_1 \|\mathbf{A}\|_\infty} \quad (\text{A.10})$$

## DODATAK B

### Lyapunovljeva analiza stabilnosti

Navesti ćemo neke od osnovnih pojmova i definicija prema [19] vezanih uz stabilnost kontinuiranih nepobuđenih i autonomnih nelinearnih dinamičkih sustava. Kontinuirani sustav je nepobuđen ako na njega ne djeluje nikakva pobuda, odnosno ako je prepušten sam sebi, te se može opisati na sljedeći način:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{B.1})$$

gdje su  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  vektor stanja sustava,  $t \in \mathbb{R}_+$  vrijeme,  $\mathbf{f} : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  nelinearna neprekinuta funkcija.

**Definicija B.1** (Ravnotežno stanje). *Ravnotežno stanje je stanje koje sustav zadržava, ako na njega ne djeluje vanjska pobuda. Ravnotežno stanje dinamičkog sustava izražava se vektorom  $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^n$ , u kojem sustav ostaje, ako je u početnom trenutku zatečeno stanje bilo ravnotežno;  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_e$ .*

**Definicija B.2** (Trajektorija stanja ili rješenje sustava). *Nepobuđeni sustav opisan vektorskom diferencijalnom jednadžbom (B.1) ima jednoznačnu trajektoriju stanja (rješenje), za svaki pojedini početni uvjet  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ , gdje je  $\mathbf{x}_e \neq \mathbf{x}_0$ . Rješenje tj. stanje sustava od trenutka  $t_0$  moguće je opisati sa:*

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t, t_0, \mathbf{x}_0), \quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (\text{B.2})$$

gdje je funkcija  $\mathbf{s} : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ . Trajektorija stanja (rješenje), ako je rješenje, morat će zadovoljiti sljedeću diferencijalnu jednadžbu:

$$\dot{\mathbf{s}}(t, t_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{f}(t, \mathbf{s}(t, t_0, \mathbf{x}_0)), \quad \forall t \geq 0, \quad \mathbf{s}(t_0, t_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0 \quad (\text{B.3})$$

*Trajektorija stanja (rješenje) ima sljedeća svojstva:*

- $\mathbf{s}(t, t_0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0, \quad \forall \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$

- $\mathbf{s}(t, t_1, \mathbf{x}_0, \mathbf{s}(t_1, t_0, \mathbf{x}_0)) = \mathbf{s}(t, t_0, \mathbf{x}_0), \quad \forall t \geq t_1 \geq t_0 \geq 0, \quad \forall \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$
- Nadalje, razmatra se ponašanje rješenja sustava kada njegovo početno stanje nije ravnotežno, odnosno kada je u okolini ravnotežnog stanja.

**Definicija B.3** (Stabilnost). *Ravnotežno stanje je stabilno ako za svaki  $\varepsilon > 0$  i svaki  $t \in \mathbb{R}_+$  postoji pozitivan broj  $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$  takav da vrijedi:*

$$\|x_e\| < \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow \|s(t, t_0, x_0)\| < \varepsilon \quad (\text{B.4})$$

**Definicija B.4** (Asimptotska stabilnost). *Ravnotežno stanje je asimptotski stabilno ako je:*

- *stabilno u smislu Definicije B.3, te ako,*
- *postoji pozitivan broj  $\delta = \delta(t_0) > 0, t_0 \in \mathbb{R}_+,$  takav da kad god :*

$$\|x(t_0)\| < \delta(t_0) \Rightarrow \|s(t, t_0, x_0)\| \rightarrow 0, \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{B.5})$$

*Odnosno, stanje sustava teži ravnotežnom stanju iz kojeg je bilo poremećeno kada  $t \rightarrow \infty$ . Za asimptotsku stabilnost, prema tome vrijedi:*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t)\| = \mathbf{x}_e = 0 \quad (\text{B.6})$$

Direktna Lyapunovljeva metoda ima glavnu ulogu u analizi stabilnosti dinamičkih sustava. Prema ovoj metodi promatra se asimptotsko ponašanje stanja autonomnog sustava, tj. dinamičkog sustava koji je nepobuđen i eksplicitno ne ovisi o vremenu te se može opisati s :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (\text{B.7})$$

gdje su  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  vektor stanja sustava,  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  nelinearna neprekinuta funkcija.

Prije definicije u smislu Lyapunova potrebno je uvesti pozitivno (negativno) definitne i pozitivno (negativno) semidefinitne funkcije.

Za skalarnu funkciju više varijabli:

$$V(x) = V(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{B.8})$$

koja ima neprekidne parcijalne derivacije kaže se da je pozitivno definitna u nekom području  $\Omega$  oko ishodišta prostora stanja, ako u svim točkama tog područja zadržava pozitivan predznak i ako ima vrijednost nula samo u ishodištu prostora stanja, odnosno:

$$V(x) = \begin{cases} > 0 & \text{ako } x \in \Omega, x \neq 0 \\ = 0 & \text{ako } x = 0 \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Funkcija  $V(x)$  je pozitivno semidefinitna, ako u određenom području oko ishodišta prostora stanja u svim točkama zadržava pozitivan predznak i ako ima vrijednost nula, osim u ishodištu prostora stanja, i u nekim drugim točkama tog područja, odnosno:

$$V(x) = \begin{cases} \geq 0 & \text{ako } x \in \Omega, x \neq 0 \\ = 0 & \text{ako } x = 0 \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Funkcija  $V(x)$  je negativno definitna, ako je  $-V(x)$  pozitivno definitna, a negativno semidefinitna ako je  $-V(x)$  pozitivno semidefinitna.

**Definicija B.5** (Lyapunovljeva funkcija). *Ako je unutar nekog područja funkcija  $V(x)$  pozitivno definitna i ima neprekidne parcijalne derivacije, te ako je njena vremenska derivacija  $\dot{V}(x)$  negativno semidefinitna, tada je  $V(x)$  Lyapunovljeva funkcija sustava (B.7).*

**Teorem B.1** (Globalna stabilnost u smislu Lyapunova). *Ako je moguće naći takvu neprekidnu skalarnu funkciju  $V(x)$  koja ima neprekidne prve derivacije i koja zadovoljava sljedeće uvjete :*

- $V(x) > 0, \forall x \neq 0$  (pozitivno definitna)
- $\dot{V}(x) \leq 0$  (negativno semidefinitna)
- $V(x) \rightarrow \infty$  kako  $\|x\| \rightarrow \infty$  (radijalno neograničena),

*tada je ravnotežno stanje globalno stabilno u smislu Lyapunova.*

Uvjeti  $V(x) > 0, \forall x \neq 0$  i  $\dot{V}(x) \leq 0$  su uvjeti lokalne stabilnosti u okolini ishodišta u smislu Lyapunova. Ako je  $\dot{V}(x) < 0$  tada je ravnotežno stanje globalno asimptotski stabilno. Lyapunovljeva teorija stabilnosti za autonomne sustave (B.7) može se proširiti na nepobuđene sustave (B.1).

## LITERATURA

- [1] National Weather Service, [www.srh.noaa.gov/jetstream/global/circ.html](http://www.srh.noaa.gov/jetstream/global/circ.html)
- [2] Eastern Illinois University, [www.ux1.eiu.edu/~cfjps/1400/circulation.html](http://www.ux1.eiu.edu/~cfjps/1400/circulation.html)
- [3] Hrvatski Paragliding Forum, [www.hpgf.org/viewtopic.php?style=10&f=2&t=4470](http://www.hpgf.org/viewtopic.php?style=10&f=2&t=4470)
- [4] New Atlas, [www.gizmag.com/stealth-wind-turbine-invisible-to-radar/13260/](http://www.gizmag.com/stealth-wind-turbine-invisible-to-radar/13260/)
- [5] Eoling, [www.eoling.net/Novostiidoga%C4%91anja/tabid/123/ID/26/Default.aspx](http://www.eoling.net/Novostiidoga%C4%91anja/tabid/123/ID/26/Default.aspx)
- [6] J. Fletcher and J. Yang. Introduction to the Doubly – Fed Induction Genereator for Wind power Applications, Paths to Sustainable Energy, InTech, 2010.
- [7] Y. S. Kung, C. C. Huang, L. C. Huang. FPGA – Based Motion Control IC for Linear Motor Drive X – Y Table Using Adaptive Fuzzy Control, Fuzzy Controllers – Recent Advances in Theory and Applications, Chapter 8, Intech 2012.
- [8] Y. Bekakra, D. B. Attous. DFIG sliding mode control fed by back-to-back PWM converter with DC-link voltage control for variable speed wind turbine, Frontiers in Energy, Volume 8, Issue 3, pp 345–354, 2014.
- [9] O. Barambones. Sliding Mode Control Strategy for Wind Turbine Power Maximization, Energies, Volume 5, Issue 7, 2012.
- [10] J. L. Chang. On Chattering – Free Dynamic Sliding Mode Controller Design, Journal of Control Science and Engineering, Volume 2012, 7 pages, 2012.
- [11] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in the sliding mode control, International Journal of Control, vol. 58, pp. 1247 – 1263, 1993.
- [12] A. Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique, Automatica, vol. 34, no. 3, pp. 379 – 384, 1998.



- [13] A. Levant. Higher – order sliding modes, differentiation and output – feedback control, *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9 – 10, pp. 924 – 941, 1993.
- [14] J. Tidwell, T. Weir. *Reneweable Energy Resorcues*, Second Edition, 2006.
- [15] D. W. Novotny, T. A. Lipo. *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford Science Publications, 2000.
- [16] S. Heier. *Grid Integration of Wind Energy Covernion Systems*, Wiley, 1998.
- [17] Andrew E. Phillip, *A Study of Advanced Modern Control Techniques Applied to a Twin Rotor MIMO System*, doktorski rad, Rochester Institute of Technology, Rochester, New York, 2014.
- [18] G. Strang. *Linear Algebra and Its Applications*, Thompson Learning Inc., 1988.
- [19] A. Isidori. *Nonlinear Control Sytems*, volume 1., Springer, 1995.